ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 JANVIER 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un Ouvrage de Sir Philip Hartog intitulé *The newer views of Priestley and Lavoisier* (*Two Lectures delivered at University of London, University College, on May* 9*th and* 16*th*, 1939).

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Fumariacées. La différenciation des régions fondamentales du corps chez le* Corydalis lutea *DC.* Note de M. **René Souèges**.

Le proembryon hexadécacellulaire, dont on a pu suivre le mode de formation (¹), se trouve représenté en 27. La figure 26 reproduit une forme à 14 cellules qui témoigne du développement, à partir de maintenant plus tardif, du groupe cellulaire issu de *ch*. Dans le proembryon à 16 cellules, les 4 éléments originaires de *ci* doivent être considérés comme des homologues de 4 octants supérieurs, les 4 éléments produits par *cj* comme correspondant à 4 octants inférieurs.

On observe quelques variations dans les processus de division qui conduisent à la construction de cette forme hexadécacellulaire. En 28, 29, 30, alors que les 8 éléments engendrés par *ci* et *cj* ont déjà largement progressé dans leur segmentation, les 8 éléments auxquels le blastomère *ch* doit donner naissance ne se sont pas encore constitués. Ils ne se disposent pas toujours d'abord en deux assises de 4 cellules circumaxiales, des cloisons transversales pouvant, dans l'élément primitif *ch* ou dans ses deux cellules-filles juxtaposées, précéder les cloisons verticales (*fig.* 32). Au niveau de *cj*, on peut aussi observer des cloisonnements transversaux avant les divisions longitudinales (*fig.* 27). Enfin, en *ci*, la cellule épiphysaire peut ne pas se montrer différenciée, aucun des 4 éléments correspondant aux octants supérieurs ne venant strictement occuper le sommet de l'embryon.

Les quatre octants supérieurs, issus de *ci*, donnent la partie cotylée *sensu lato*. La cellule épiphysaire engendre le cône végétatif de la tige; aux dépens des trois autres octants, placés au-dessous, se développent les cotylédons, latéralement, et, au centre, des éléments du cylindre central. L'épiphyse mono- ou bicellulaire se voit nettement en 30, 31, 32, 33, 34, 35; en 35, la première cloison tangentielle séparant extérieurement le dermatogène est

---

(¹) R. Souèges, *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 161.

apparue dans son intérieur. Aux stades suivants, la limite de démarcation s'efface entre les éléments qui sont produits par l'épiphyse et ceux qui tirent origine des trois autres blastomères. Dans ces derniers, les premières cloisons peuvent être anticlines, à direction soit verticale (*fig.* 32 à d., 33 à g.), soit horizontale (*fig.* 35 à g.), ou bien périclines, isolant d'emblée, vers l'extérieur, les premiers éléments de dermatogène (*fig.* 33, 34, 35 à d.).



Fig. 26 à 43. — *Corydalis lutea* DC. — Les derniers termes de l'embryogenèse. *ci*, octants supérieurs ou partie cotylée; *cj*, octants inférieurs ou partie hypocotylée; *e*, épiphyse; *h*, hypophyse; *ch*, groupe hypophysaire *sensu lato*; *cf* et *cd*, vésicules haustoriales. En 43, aspect général de l'embryon d'où est tiré le détail de la figure 42. G. = 320; 33 pour la figure 43.

Les quatre octants inférieurs produisent la partie hypocotylée. Les premières cloisons, dans leur intérieur, sont tantôt longitudinales (*fig.* 31, 32 à d.), tantôt transversales (*fig.* 27, 31 à g.), tantôt même obliques (*fig.* 30 à d., 32 à g.). Bientôt apparaissent, dans cette région, deux assises cellulaires (*fig.* 34 à 37), puis un plus grand nombre (*fig.* 38, 39); c'est à ce moment que s'individualise l'épiderme; le périblème et le plérome se différencient beaucoup plus tard.

Les éléments issus de *ch*, au nombre de huit ou en plus petit nombre, sont d'abord répartis en deux étages (*fig.* 27 à 30); l'étage supérieur, *h*, produira un massif hypophysaire, l'étage inférieur la partie culminante de ce massif ou un court pédicule rattachant l'embryon proprement dit aux vésicules haustoriales en voie de contraction et de résorption. Le massif hypophysaire, dont on peut suivre le développement dans les figures 33 à 41 offre, dans ses processus de division et dans le rôle histogénique qu'il joue à l'extrémité radiculaire, les plus étroites similitudes avec le même massif déjà observé chez le *Fumaria officinalis* et chez l'*Hypecoum procumbeus* (²). On distingue la ligne de démarcation qui

(²) R. Souèges, *Comptes rendus*, 213, 1941, pp. 528 et 699; **216**, 1943, pp. 310 et 354.

sépare l'hypophyse de la partie hypocotylée jusqu'aux derniers stades de la vie proembryonnaire ; plus tard, cette ligne s'efface, mais on peut voir, en 42, comment les cellules centrales se disposent en séries verticales indiquant comment s'établit et fonctionne l'*assise génératrice transverse* de de Janczewski, qui, par segmentations transversales successives produit, vers le haut, les tissus du cylindre central et de l'écorce, vers le bas, la partie centrale de la coiffe.

Si l'on cherche à dresser le tableau des lois du développement, chez le *Corydalis lutea*, de manière à rencontrer la tétrade à la 2ᵉ génération cellulaire, les quadrants à la 3ᵉ et les octants à la 4ᵉ, on constate qu'il est nécessaire de partir de la cellule *ce*, arrière-petite-fille de l'oospore. Le *Corydalis lutea* vient, de la sorte, se ranger dans une quatrième période du système embryogénique. On a déjà vu que, en raison des mêmes concordances, l'*Hypecoum procumbens* trouve place dans la troisième et le *Fumaria officinalis* dans la deuxième. Si cette dernière espèce appartient au mégarchétype VI, les deux autres doivent être rattachées au mégarchétype IV, puisque la cellule-fille inférieure de *ce*, soit *ch* chez le *Corydalis*, et la cellule-fille inférieure de *cc*, soit *cf* chez l'*Hypecoum*, engendrent, l'une comme l'autre, une hypophyse génératrice des initiales de l'écorce, de la racine et de la portion médiane de la coiffe.

On voit, par là, les services que peut rendre la classification périodique, tout artificielle qu'elle paraisse, en permettant de faire ressortir de profondes différences et de réelles similitudes. Elle montre, en tout cas, le caractère bien particulier, du point de vue embryogénique, de ces espèces chez lesquelles l'œuf fécondé détache très tôt de sa propre substance deux ou trois vésicules haustoriales pour concentrer toutes ses potentialités constructives dans un élément très réduit occupant l'extrémité très amincie du proembryon.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Cytoarchitectonique du ganglion sympathique en fonction du poids du corps.* Note de M. LOUIS LAPICQUE.

Récemment, cherchant à vérifier un calcul théorique sur la relation entre le poids du cerveau et le poids du corps, j'ai mesuré, avec Mᵐᵉ Senègre, la densité des éléments cellulaires dans le cerveau de Mammifères et d'Oiseaux de tailles très diverses. Nous avons trouvé que cette densité varie à peine [1]. Ce résultat, contraire à la théorie dont je parlais, est d'ailleurs paradoxal eu égard à d'autres données acquises. Mais nous avions dû compter ensemble éléments nerveux et éléments névrogliques, faute de pouvoir, dans l'écorce, marquer une limite entre eux ; confusion évidemment regrettable, que nous n'avions pu éviter : la difficulté ou même l'impossibilité de les séparer dans un dénombrement est dénoncée plus ou moins explicitement par la généralité des spécialistes. Or une autre recherche, effectuée dans le but de comparer quantitativement les

(1) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 532.

appareils de la commande végétative à ceux de la commande volontaire ([2]), m'a donné l'occasion de constater que la constitution cellulaire du ganglion sympathique, en raison de sa simplicité relative ([3]), permet de projeter quelque lumière sur le problème précédent.

Dans l'écorce cérébrale, une coloration générale, par exemple *Nissl* ou *hématine-éosine*, révèle une série de grosseurs et d'aspects très complexe et variable d'un territoire à un autre, mais toujours continue depuis les corps de neurones volumineux jusqu'aux petits éléments névrogliques. Au contraire, les ganglions sympathiques de la chaîne thoracique présentent, sous les colorations en cause, deux espèces d'éléments cellulaires nettement tranchées et deux seulement.

1° Des cellules relativement grandes, arrondies ou elliptiques, avec un protoplasma abondant, coloré en rose et un beau noyau rond, clair, reticulé; distantes les unes des autres, elles varient peu comme taille autour d'une moyenne dans chaque espèce. Tous les travaux anciens et modernes concordent pour faire reconnaître ici les neurones fonctionnels.

2° Des noyaux relativement petits, fortement colorés par l'hématine, sans protoplasma délimité autour de chacun d'eux; ils sont abondamment disséminés dans le champ intercellulaire, parfois décrivant une circonférence autour des cellules susdites. Ces noyaux se trouvent régulièrement mentionnés dans les travaux des histologistes anciens; ils ont disparu de la pensée anatomique depuis un demi-siècle, c'est-à-dire depuis que les préocupations s'étant fixées sur les formes neuroniques, on n'a plus employé que les méthodes de Golgi, d'Ehrlich, de Cajal, qui ne les révèlent pas. Le dernier auteur qui les ait étudiés est Huber ([4]); encore les a-t-il abandonnés en cours de travail; il les considérait comme très probablement de nature névroglique. Cette opinion me paraissait justifiée; elle vient d'être confirmée par un document pathologique dans lequel je les ai trouvés grandement accrus en nombre. J'appellerai donc *névroglie* la formation qu'ils caractérisent; et même, puisqu'il s'agit de numération, pour la commodité du langage, j'appellerai *glione* chacune des individualités hypothétiques repérée par un de ces petits noyaux. L'autre espèce se compose d'anciennes *cellules nerveuses*, c'est-à-dire de corps de neurones, sans considération de leur cylindraxe ni de leurs dendrites; ce sont les *péricaryones* de Sherrington; cette dernière dénomination est précise, mais lourde; j'emploierai dans le même sens le mot *cytone* proposé récemment par Remy Collin ([5]).

([2]) *Soc. de Biol.*, **138**, 1944, p. 393.

([3]) J'ai travaillé presque exclusivement sur le ganglion de la chaîne thoracique des Mammifères, de préférence le 7ᵉ.

([4]) *Journal of Morphology*, **16**, 1890, p. 27.

([5]) *L'organisation nerveuse*, Paris, 1944.

Sur une coupe de ganglion sympathique, on peut donc avec sûreté dénombrer d'une part les cytones, de l'autre les gliones, qui dans le cerveau se confondent en une seule série. Reprenons sur cet objet notre question de l'influence du poids du corps.

La méthode a été essentiellement la même que précédemment : coupes de 20^{μ} d'épaisseur sur pièces fixées au Bouin et incluses à la paraffine; coloration à l'hématine-éosine; computation des éléments à la chambre claire sous un grossissement de 200 diamètres, à travers un quadrillage permettant de délimiter un carré de 220^{μ} de côté, soit dans un solide sensiblement égal à 1/1000 de millimètre cube. Les cytones ont un diamètre du même ordre que l'épaisseur des coupes, et généralement plus grand; ils seront donc en général divisés par le rasoir en plusieurs segments. J'ai compté, dans une coupe, tous les segments visibles et j'ai réduit ce nombre au chiffre des cellules complètes au moyen d'un coefficient de probabilité obtenu statistiquement sur un schéma géométrique, cercles égaux coupés par des droites parallèles équidistantes; ce coefficient varie de 0,75 pour le Rat (le rapport de l'épaisseur de la coupe au diamètre moyen des cytones étant 1,3) à 0,41 pour le Bœuf (rapport 0,57).

Voici les résultats numériques obtenus sur quelques espèces de Mammifères de tailles très différentes :

Espèce.	Poids du corps.	Nombre dans 1 gamma		Diamètre des cytones.
		de cytones.	de gliones.	
	K			
Rat (6).........	0,2	24	120	15,5
Chat...........	3	17	112	20
Chien..........	5	13	116	24
Id.	18	11	109	26
Id.	25	10	106	28
Bœuf (6)........	300	9	133	35

La densité des cytones diminue régulièrement avec la grandeur du corps, et leur diamètre augmente à peu près en proportion inverse. La densité des gliones reste quasi invariable; elle présente ici une certaine diminution systématique du Rat au grand Chien, mais elle remonte quand on passe au Bœuf. Ces variations, relativement légères. peuvent marquer simplement des coefficients spécifiques ou individuels (7). Quant à la grandeur des petits noyaux, ici seule mesurable dans les gliones, je l'ai trouvée constante à la précision de mes mesures, $4^{\mu},5$ à 5^{μ} chez le Bœuf comme chez le Rat et tous les animaux intermédiaires, y compris l'Homme (8).

Ainsi, dans le ganglion sympathique, les deux espèces d'éléments se com-

(6) Individu adulte de petite race.

(7) J'ai voulu contrôler le chiffre du Bœuf par un autre individu de plus grande taille, et c'est alors que je suis tombé sur le cas pathologique auquel j'ai fait allusion plus haut.

(8) Sur une préparation au Nissl prêtée par M. Yvàn Bertrand.

portent de façon radicalement différente en fonction de la variation du poids du corps. Tandis que les neurones varient suivant les lois antérieurement reconnues pour les neurones du système volontaire, l'appareil névroglique reste à peu près invariable. La généralisation de cette double donnée explique parfaitement le résultat, obtenu en 1944 sur le cerveau, que j'ai considéré comme paradoxal. Le nombre des gliones par unité de volume est ici bien plus grand que celui des neurones; il en est très probablement de même dans le cerveau; par conséquent, lorsque l'on comptera la somme des deux, comme nous l'avions fait malencontreusement, une variation numérique concernant les seuls neurones sera relativement petite et facilement masquée par des différences spécifiques ou accidentelles. Par exemple, dans le tableau ci-dessus, on voit que le nombre total des éléments pour 1^{γ}, égal à 144 pour le Rat, ne descend qu'à 120 pour un Chien moyen, faible différence vis-à-vis d'un poids corporel 100 fois plus grand; et même le chiffre de cette somme chez le Bœuf est pratiquement égal à celui du Rat, bien que le poids corporel soit 1500 fois plus grand.

Il y a lieu de reconsidérer de ce point de vue la signification du poids du cerveau et le calcul théorique qui avait paru contredit par la constance de la densité cellulaire de cet organe.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Choc histaminique et masse sanguine.* Note (¹) de MM. Léon Binet et Moïse V. Strumza.

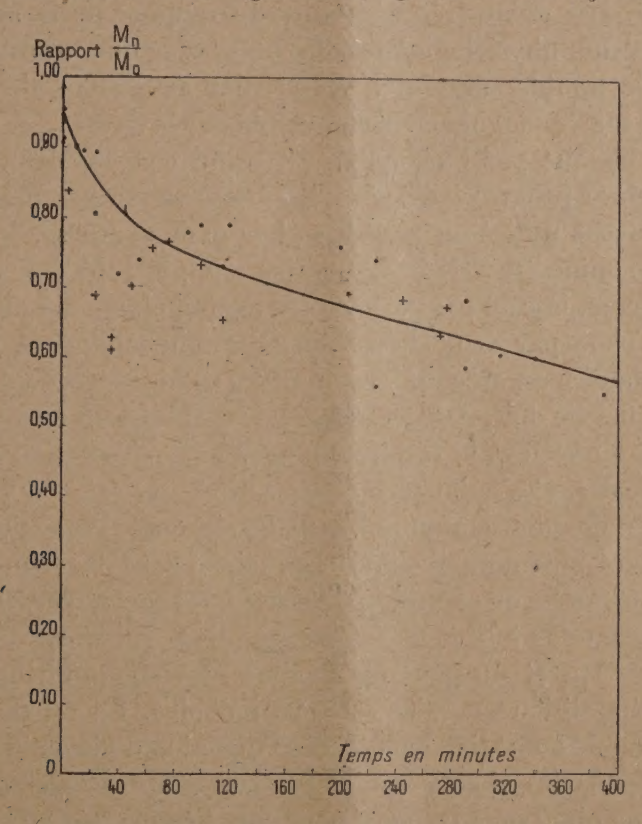
Les discussions actuelles concernant l'importance de la notion de la masse sanguine dans la pathogénie et la thérapeutique du choc nous ont amenés à continuer l'étude du choc histaminique. L'injection intraveineuse de bichlorhydrate d'histamine chez le Chien chloralosé entraîne, entre autres réactions, une diminution considérable de la masse sanguine dont on peut suivre les variations par l'étude du taux des hématies dans le sang circulant. La polyglobulie *précoce* observée immédiatement après l'injection d'histamine semble surtout dépendre d'une mobilisation des globules rouges de réserve (on sait que la rate se contracte alors intensément), l'élévation *progressive* du taux des hématies dans le sang circulant traduit l'existence d'une réduction de la masse sanguine. Il se produit de fait un mouvement d'eau de l'appareil vasculaire dans le système lacunaire. Nous soulignons la présence d'un épanchement dans les séreuses, particulièrement marqué au niveau du péritoine; nous l'avons retrouvé dans toutes nos expériences; ce liquide contient autant de chlore que le plasma de nos chiens choqués (3,44 à 3,71 ‰), mais moins de protéines, la diminution portant surtout sur les globulines.

Nous avons pratiqué de nombreuses explorations pour suivre l'évolution de la valeur de la masse sanguine chez nos animaux en expérience.

(¹) Séance du 12 décembre 1945.

Le premier groupe d'expériences comprend des chiens chloralosés ayant reçu uniquement une dose d'histamine de 2,5 à 5^{mg} au kilogramme. Dans un deuxième groupe, les animaux reçoivent en même temps que l'histamine ou dans les minutes qui la suivent, une injection intra-veineuse de sérum physiologique. Enfin un troisième groupe d'animaux subit après le choc une thérapeutique correctrice.

Pour les deux premiers groupes, les résultats sont représentés par une courbe figurant, en fonction du temps, les variations du rapport de la masse sanguine après histamine sur la masse sanguine initiale. Ce rapport est déterminé en divisant le taux de l'hémoglobine sanguine avant l'injection d'histamine



Réduction de la masse sanguine dans le choc histaminique. Rapport de la masse sanguine après choc sur la masse sanguine initiale.

Points pleins et courbe : chiens chloralosés ayant reçu uniquement une injection intraveineuse de bichlorhydrate d'histamine. Croix : injection d'histamine suivie d'injection intraveineuse de sérum physiologique.

(mais après splénocontraction), par le taux de l'hémoglobine après le déclenchement du choc.

Vingt-cinq chiens, qui ne reçoivent aucun traitement après l'injection d'histamine, présentent une rapide diminution de la masse sanguine pendant la première heure. Au bout de ce temps la masse sanguine représente environ 80 %

de la valeur initiale. La dialyse plasmatique hors du système circulatoire se poursuit ensuite plus lentement mais persiste jusqu'à la mort. La masse sanguine est de 72 % au bout de deux heures et de 65 % après quatre heures. Au moment de la mort, en un temps qui est allé de six à sept heures, elle est réduite à 55 % (courbe et points pleins sur la figure).

Chez douze chiens choqués par l'histamine, du sérum physiologique, en quantité égale à la moitié ou aux deux tiers de la masse sanguine initiale est injecté par voie intraveineuse. La tension artérielle se relève rapidement mais pour peu de temps. En effet le sérum chloruré sodique ainsi introduit dans le système circulatoire semble dialyser encore plus rapidement que ne le fait le plasma normal. Les points représentatifs du rapport de la masse sanguine après choc et sérum physiologique sur la masse sanguine primitive augmentée de la masse de liquide surajouté, s'inscrivent au-dessous de la courbe de réduction de la masse sanguine normale (croix sur la figure).

Si l'animal choqué par l'histamine est traité convenablement, la tension artérielle se relève progressivement et la masse sanguine augmente parallèlement. Nous avons utilisé un antihistaminique de synthèse, le chlorhydrate de N-diuréthylamino-éthyl-N-benzylaniline ou 2339 RP, à raison de 1 à 2^{mg} au kilogramme, injecté par voie intra-veineuse, cinq à dix minutes après la réalisation du choc par deux doses mortelles d'histamine. A ce moment le collapsus circulatoire est accentué, les troubles respiratoires sont marqués et la respiration artificielle doit, dans certains cas, être mise en œuvre. Sept chiens traités ont tous survécu et la respiration comme la circulation sont devenues lentement normales. Ces animaux furent sacrifiés par saignée à blanc au bout de temps variant de quinze minutes à deux heures après l'injection d'histamine.

On sait qu'un Chien normal chloralosé, saigné par l'ouverture béante d'une grande artère (fémorale ou carotide), présente une syncope cardiaque terminale après avoir perdu les 3/5 de sa masse sanguine. La soustraction sanguine représente alors 5,2 % du poids de l'animal. Le choqué hémorragié meurt alors que la déperdition sanguine est bien moindre. La valeur de la saignée mortelle, très faible immédiatement après l'injection d'histamine, croît avec le temps. Ainsi, dans les vingt premières minutes après le choc suivi de son traitement, nous observons la mort pour une hémorragie atteignant à peine 2 % du poids de l'animal. Une heure plus tard l'importance de la saignée est de 2,5 %; deux heures après le choc elle est de 3 % (le tableau résume ces observations). L'animal choqué est donc particulièrement sensible aux déperditions sanguines et il le demeure pendant plusieurs heures malgré une guérison apparente.

Ainsi, dans le choc histaminique du Chien chloralosé nous notons une diminution de la masse sanguine totale. Celle-ci peut être réduite à 55 % de sa valeur normale, dans les cas aboutissant à la mort. Dans les survies la réduction persiste plusieurs heures malgré une dissipation paraissant totale des signes de choc.

Grandeur de la saignée entraînant la mort chez un chien choqué par l'histamine et traité secondairement par un antihistaminique.

Poids (en kg).	Intervalle entre le choc et la saignée (en minutes).	Valeur de la saignée (en g).	Rapport $\frac{\text{saignée}}{\text{poids}}$.
8,400	15	175	0,019
24,000	19	475	0,020
7,000	30	175	0,025
15,000	50	400	0,026
16,500	90	400	0,024
10,000	90	225	0,025
16,000	120	500	0,031

MICROBIOLOGIE. — *De l'influence sur les propriétés antibiotiques et antidotiques des filtrats de culture du* B. subtilis, *de la chaleur et de l'aldéhyde formique agissant simultanément.* Note [1] de MM. **Gaston Ramon** et **Rémy Richou.**

Nous avons rappelé récemment [2] que le formol au taux de 0,5 pour $^0/_{00}$ et la chaleur (55°), que l'on fait agir simultanément sur les sérums antidiphtériques et antitétaniques par exemple, n'ont aucune influence fâcheuse sur les antitoxines spécifiques, d'où l'emploi de ces agents depuis 1915, pour la conservation de la pureté bactériologique de sérums thérapeutiques.

D'autre part nous avons fait connaître [3] que le chauffage à 55° (et même à des températures plus élevées) des filtrats de culture de *B. subtilis* n'altère pas les propriétés *antibiotiques* que ces filtrats manifestent vis-à-vis de certaines bactéries, non plus que leurs propriétés de détruire les toxines microbiennes, propriétés que nous avons dénommées *antidotiques* [4].

Enfin tout dernièrement [5] nous avons signalé incidemment que les filtrats de *B. subtilis* auxquels on ajoute du formol, à raison de $0^{cm^3},05$ pour 100^{cm^3} de filtrat, gardent leurs propriétés antagonistes, et cela même, avons-nous pu con-

---

(1) Séance du 21 janvier 1946.

(2) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 265.

(3) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 213.

Dans cette Note, nous avons montré que les propriétés antagonistes des filtrats de *B. subtilis* n'étaient pas entièrement détruites, même après un chauffage à 125 ou à 130° pendant une demi-heure.

(4) Rappelons qu'il n'était guère possible d'utiliser pour désigner la propriété de détruire les toxines microbiennes, le qualificatif *antitoxique*, car, consacré par un usage d'un demi-siècle, il s'applique exclusivement en microbiologie à la propriété que possèdent les antitoxines de neutraliser les toxines correspondantes. Le néologisme *antidotique* se justifie dans le cas présent, du fait que le terme *antidote* désigne une substance capable d'annihiler la nocivité des poisons, soit en les *décomposant*, soit en se combinant avec eux.

(5) *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 213.

stater depuis, lorsqu'un délai de plusieurs semaines s'écoule entre le jour où le formol est ajouté aux filtrats et le moment où l'on fait agir les filtrats formolés sur les bactéries ou sur les toxines microbiennes d'épreuve.

Dans de nouveaux essais, nous avons additionné des filtrats de *B. subtilis*, préparés à partir de cultures de ce germe en milieu Sauton, de formol ($0^{cm^3},1$ de la solution commerciale d'aldéhyde formique pour 100^{cm^3} de filtrat), puis aux filtrats ainsi formolés nous avons fait subir, au bain-marie, un chauffage de 45 minutes à la température de 55°; après quoi nous avons étudié en premier lieu les propriétés antibiotiques des filtrats traités de cette façon, en second lieu leurs propriétés antidotiques, par comparaison dans l'un et l'autre cas, avec les mêmes filtrats non traités.

1° Pour l'étude des propriétés antibiotiques, nous avons opéré comme d'ordinaire ([6]) en prenant comme bactéries d'épreuve, d'une part la bactéridie charbonneuse, d'autre part le bacille diphtérique. Dans des séries de tubes renfermant 4^{cm^3} de bouillon nutritif approprié, on ajoute des quantités variables de filtrats (filtrats n°s 85-86-87) et immédiatement après, 1/10 de centimètre cube d'une culture en milieu liquide de la bactérie d'épreuve. On constate l'absence ou la présence de végétation après un séjour à l'étuve (à 35°) de 24 heures pour la bactéridie charbonneuse, de 48 heures pour le bacille diphtérique. Voici, à titre d'exemple, le schéma de l'une de nos expériences :

a. Épreuve à l'aide de la bactéridie charbonneuse.

	Végétation après 24 heures.					
Quantité de filtrat ajouté à 4^{cm^3} de bouillon	2^{cm^3}	1^{cm^3}	1/2	1/4	1/10	0^{cm^3}
Filtrat non formolé et non chauffé	—	—	+	+	+	+
Filtrat formolé et chauffé	—	—	+	+	+	+

b. Épreuve à l'aide du Bacille diphtérique.

	Végétation après 48 heures.					
Quantité de filtrat ajouté à 4^{cm^3} de bouillon	2^{cm^3}	1^{cm^3}	1/2	1/4	1/10	0^{cm^3}
Filtrat non formolé et non chauffé	—	—	—	+?	+	+
Filtrat formolé et chauffé	—	—	—	+?	+	+

2° Pour l'étude des propriétés antidotiques, nous avons fait agir sur la toxine diphtérique, en utilisant notre technique habituelle, d'une part le filtrat de *B. subtilis* non chauffé et non formolé, d'autre part le filtrat chauffé et formolé ([7]). On prépare des mélanges renfermant 1/10 de centimètre cube de toxine diphtérique (représentant 150 doses mortelles pour le Cobaye) et 9/10 de centimètre cube de filtrat. Ces mélanges sont exposés à l'étuve à 37°. Après des délais variables, on éprouve ces mélanges chez le Cobaye. Qu'il s'agisse des mélanges

([6]) Voir pour plus de détails G. RAMON, R. RICHOU et P. RAMON, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 543.

([7]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 802.

constitués avec les filtrats traités par le formol et la chaleur ou avec les filtrats non traités, les résultats sont les mêmes : la toxine est détruite entièrement en quelques heures, en général en moins de 6 heures.

Il ressort de l'ensemble de nos expériences que ni les *propriétés antibiotiques* des filtrats de culture de *B. subtilis* vis-à-vis de certaines bactéries pathogènes, ni leurs *propriétés antidotiques* à l'égard des poisons microbiens ne sont modifiées lorsque l'on fait agir, au préalable et simultanément sur les filtrats, la chaleur modérée (55°) et le formol dans la proportion de $0^{cm^3},1$ pour 100^{cm^3} de filtrat ([8]).

En dehors de leur intérêt théorique, ces nouvelles constatations, dans le domaine de l'antagonisme microbien, ont une réelle importance technique du point de vue de la préparation et de l'usage thérapeutique éventuel des filtrats ou des extraits de culture du *B. subtilis* (subtiline) ou de germes antagonismes similaires.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la théorie des surfaces applicables.* Note de M. **Georges Bouligand**.

1. D'après Voss, deux surfaces S_0, S_1 sont dites *applicables* ([1]) s'il existe une famille continue à un paramètre t de surfaces S_t isométriques entre elles quel que soit t, et telles que S_t coïncide avec S_0 pour $t=0$, avec S_1 pour $t=1$. Notre objet principal est le théorème (T) suivant, greffé sur les exemples classiques d'obtention de surfaces ayant un ds^2 donné au moyen de quadratures.

Soit E *un ensemble de surfaces* $M=M(u, v)$ *à courbures continues sur chacune desquelles l'arc image d'un arc rectifiable du plan* (u, v) *est exprimé par l'intégrale d'un élément* $\sqrt{e\,du^2+2f\,du\,dv+g\,dv^2}$, *telles en outre que les quadratures donnant* $M(u, v)$ *portent sur des fonctions* (déduites de e, f, g) *où interviennent des signes* $\pm$ *en nombre fini. En remplaçant* (PRINCIPE DU DOUBLE SIGNE) *chaque* $\pm$ *par une fonction mesurable de la variable d'intégration, on passe de* E *à un nouvel ensemble* E^* *résolvant un problème restreint d'isométrie dans le champ des surfaces rectifiables. Entre une paire de surfaces isométriques, s'offrant comme couple isolé dans* E, *il existe une applicabilité par l'entremise des surfaces de* E^*.

([8]) Notons ici que l'action du formol et de la chaleur n'aboutit nullement à la transformation de la substance active plus ou moins complexe du filtrat du *B. subtilis* (subtiline) en une subtance analogue *aux anatoxines* (G. Ramon, *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 1338) ou *aux anaferments* (G. Ramon, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 562), car, dans une anatoxine, la toxine, sous l'influence du formol et de la chaleur, a perdu son pouvoir toxique, de même que dans l'anaferment, le ferment a perdu son activité diastasique. Or rien de tel en ce qui concerne le filtrat de *Subtilis* formolé et chauffé, qui conserve, nous venons de le montrer, ses propriétés essentielles, antibiotiques, antidotiques. Il n'y a, en aucune façon, transformation de la subtiline en « anasubtiline » dans le sens que nous avons donné aux mots anatoxine, anavenin, anavirus, anaferment etc.

([1]) B. Gambier, *Mémorial Sc. Math.*, **31**, 1928, p. 49 (n° 3).

Les hypothèses de (T) se vérifient dans des exemples déjà signalés [2]; en particulier les exemples II et III se rattachent à *la recherche de congruences isométriques*, c'est-à-dire telles qu'à une surface arbitraire de l'une, corresponde isométriquement une surface de l'autre, chaque ligne de la première congruence correspondant à une ligne de la seconde. Lorsque les lignes de ces congruences, sur chaque surface qu'elles engendrent, ont pour trajectoires orthogonales des géodésiques, on ne trouve que le cas des moulures cylindriques (congruences des trajectoires orthogonales à un plan parallèle à une direction fixe) avec celui des hélicoïdes de Bour (congruences d'hélices circulaires de même axe et de même pas) : résultats énoncés sans égard à l'existence éventuelle de couples isolés de congruences isométriques. En prenant des congruences formées de courbes horizontales, dont celles situées sur une développable donnée, et invariantes par les translations verticales, on retrouve le *problème restreint de Goursat* [exemple III dans lequel on laisse $\varepsilon_1(\nu)$ de signe constant].

Dans l'énoncé du théorème (T), chaque fonction mesurable du type ε augmentée de 1 donne 2 fois la fonction caractéristique d'un ensemble mesurable.

Le théorème (T) découle alors de l'existence, entre deux ensembles E_0 et E_1 de points de Ox d'abscisse $x \leq 1$, d'une chaîne d'ensembles E_t (où le paramètre t croît continûment de 0 à 1) tels qu'en appelant $\mu_t(\sigma)$ la mesure de σE_t (où σ est un segment partiel quelconque du segment 0, 1), la valeur absolue de $\mu_{t+\Delta t}(\sigma) - \mu_t(\sigma)$ soit inférieure au produit de $|\Delta t|$ par un nombre positif fixe.

Pour l'établir, on forme une réunion R_0 d'intervalles disjoints en nombre fini tels que les points élements d'un seul des ensembles R_0^i et E_0, ne donnent qu'une mesure $< 10^{-i}$. Partant de E_1, on construit de même les R_1^i. Le passage continu de R_0^1 à R_1^1 par un ensemble en dépendance continue d'un paramètre et somme d'intervalles disjoints (en nombre limité) s'effectue par une construction finie, et il en est de même des passages analogues de R_0^i à R_0^{i+1} et R_1^i à R_1^{i+1} (dont chacun va élargir de 10^{-i} par exemple l'intervalle de variation du paramètre). C'est seulement aux extrémités de la chaîne ainsi formée qu'on a des ensembles E_0 et E_1 tels que, dans le cas général, les fonctions $\mu_0(x)$, $\mu_1(x)$ correspondantes (obtenues en prenant pour σ le segment $0, x$) donnent un diagramme dépourvu de segments rectilignes (alors que ce diagramme est une ligne polygonale finie pour chaque $\mu_t(x)$ intermédiaire).

Dans le problème d'applicabilité le passage de S_0 à S_1 peut donc s'effectuer continûment par des surfaces, 2 à 2 isométriques, et qui, pour les valeurs intermédiaires de t, auront *un nombre fini de lignes anguleuses*. Typique à cet égard est le cas de l'exemple IV.

On est conduit à transgresser l'hypothèse d'intégrabilité par quadratures, mise à la base du théorème (T), quand on prend les congruences isométriques d'hélices coniques impliquées dans le résultat célèbre de Maurice Lévy sur les surfaces spirales. Combinés avec le principe du double signe, les calculs indiqués dans Darboux [3], pour obtenir une

---

(2) G. Bouligand, *Comptes rendus* t. **222**, 1946, p. 120.

(3) *Leçons sur la théorie des surfaces*, I, 2e éd., livre I, chap. IX, p. 150 et IV, note IV, p. 442 : observer, pour deux congruences isométriques, le caractère différentiel quadratique de l'une au moins des relations entre les paramètres qui fixent une courbe de la première et une courbe de la seconde.

surface lieu du point (x, y, z) telle que $ds^2 = U^2 e^{2v}(du^2 + dv^2)$, conduisent, pour déterminer la fonction $\zeta = e^{-v} z$ (de u seul), à l'équation intégrale

$$\zeta = \int_{u_0}^{u} \varepsilon(u) \sqrt{U'^2 - \frac{U^2}{h^2} - \zeta^2}\, du$$

contenant une fonction de type ε.

2. Dans le problème de Goursat pris sous sa forme générale intervient, à côté du paramètre affectant la congruence isométrique mise en cause, toutes les transformations isométriques verticales $X = x$, $Y = y$, $Z = f(z)$ [avec f *isométrique* c'est-à-dire : primitive au sens Lebesgue d'une fonction $\varepsilon(z)$], et toutes les transformations isométriques horizontales $X = \varphi(x, y)$, $Y = \psi(x, y)$, $Z = z$ (transformations H). Il y aurait lieu de chercher si les solutions ainsi obtenues sont les plus générales. La recherche des transformations (H), en vertu d'un lemme de Lebesgue ([4]) équivaut à trouver deux fonctions $\alpha(x, y)$, $\varepsilon(x, y)$ qui, hors d'un ensemble E d'aire nulle, sont définies, le carré de la seconde égalant 1, et telles que, pour tout cycle simple Γ sur lequel E n'a qu'un sous-ensemble de longueur nulle, les intégrales

$$\int_\Gamma (\cos\alpha\, dx - \sin\alpha)\, dy, \qquad \int_\Gamma \varepsilon(\sin\alpha\, dx + \cos\alpha\, dy)$$

soient nulles. La fonction ε aurait le rôle d'un indice de parité pour le recouvrement du plan horizontal lisse par une feuille de papier froissée, si la superposition se conformait à un processus fini. Ce problème est très ardu ([5]).

M. **Léon Binet** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie des sciences d'un exemplaire d'un petit Ouvrage intitulé *Figures de savants français*.

Après avoir rappelé le souvenir de Lelorgne de Savigny, d'Edmond Nocard et de Farabeuf, j'ai écrit cinq chapitres successivement consacrés à Lavoisier, à Brown-Sequard, à Charles Richet, à d'Arsonval et à Charles Achard qui tous, à des titres différents, ont fait honneur à l'Institut.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie d'un petit volume qu'il vient d'écrire dans la Collection *Que sais-je?*, sur *les Alliages métalliques*. Ce livre montre la part très importante prise par la Science et l'Industrie françaises dans cette question capitale.

([4]) Lebesgue, *Fundam. Math.*, 25 1935, pp. 157-161.

([5]) Chaque fonction φ, ψ a ses dérivées premières p, q astreintes à vérifier $p^2 + q^2 = 1$ hors d'un ensemble de mesure superficielle nulle, cela permet de subdiviser un domaine par des arcs d'aire nulle et d'y faire raccorder par continuité, le long de ces arcs, des intégrales au sens classique (mode d'intégration qui diffère de l'intégration contingente et de l'intégration paratingente).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Physique générale, en remplacement de M. *Jean Perrin*, décédé.

Le nombre des votants étant 43,

M. Jean Becquerel obtient..........	26 suffrages
M. Jean Cabannes »	16 »

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Jean Becquerel**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Gouvernement provisoire de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'Observatoire de Strasbourg.

(Renvoi à la Division des Sciences mathématiques.)

M. le **Recteur de l'Académie de Paris** invite l'Académie à lui désigner un de ses Membres qui fera partie du Conseil d'administration du Palais de la Découverte en remplacement de M. Alfred Lacroix, dont les pouvoirs sont expirés et qui est rééligible.

M. **Roger Heim** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Botanique, par le décès de M. *Alexandre Guilliermond*.

M. **Émile Brumpt** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. *Gustave Moussu*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Résumés exhaustifs et problème du Nil.* Note (1) de M. **Georges Darmois**.

Nous poursuivons ici l'étude commencée (2); les formules de la présente Note sont numérotées à la suite.

Résumés exhaustifs. — Si l'on possède n observations indépendantes $x_i y_i$,

(1) Séance 15 juillet 1942.

(2) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 164.

peut-on se contenter d'un résumé, constitué par quelques éléments fonctions des observations, et qui ne laisse échapper aucune information relative au paramètre inconnu? J'ai traité cette question en général dans une communication faite à la Session d'Athènes de l'Institut International de Statistique, en 1936. La forme générale de la solution

$$e^{\alpha(xy)a(m)+\beta(xy)b(m)+\gamma(xy)+c(m)}\,d(xy)$$

admet comme résumé exhaustif

$$\rho_1 = \Sigma\alpha(x_i y_i), \qquad \rho_2 = \Sigma\beta(x_i y_i).$$

La loi (1) est de ce type, avec le résumé exhaustif

$$X = \Sigma x_i, \qquad Y = \Sigma y_i,$$

et la loi de probabilité du couple XY

$$(6) \qquad \frac{1}{[(n-1)!]^2} X^{n-1} Y^{n-1} e^{-mX-\frac{Y}{m}} d(XY),$$

qui joue le rôle du premier facteur de la loi (5) suffit seule à donner toute l'information relative au paramètre m.

Il est remarquable, comme le signale R. A. Fisher, que la loi (6) est également une solution du problème du Nil.

Elle prend aisément la forme canonique par le changement de variables déjà employé. Nous prendrons

$$u = XY, \qquad v = \frac{Y}{X}.$$

On peut dire que le paramètre m ne figure que dans la loi de probabilité liée de la variable v. On peut se demander si les simplifications qui en résultent dans les problèmes d'estimation de l'inconnue m peuvent être retrouvées dans d'autres solutions.

Appelons (a) une solution du problème du Nil capable d'un résumé exhaustif.

Appelons (b) une solution (a) dont le résumé exhaustif soit lui-même une solution du problème du Nil. On peut trouver toutes les solutions (a) de la forme

$$(7) \qquad e^{\varphi(x,y-m)}\,d(xy).$$

Signalons seulement deux cas très simples, assez généraux. On peut prendre pour φ un polynome entier quelconque (sous certaines réserves évidentes). Par exemple

$$\varphi \equiv -\{x^4 + x^2(y-m)^2 + (y-m)^4\}.$$

On peut aussi poser

$$\varphi \equiv \Sigma A_i(x) e^{\alpha_i(y-m)}.$$

La solution (1) est de ce deuxième type.

Il est plus difficile évidemment de former des solutions (b). Toutefois, on peut signaler que la loi de Gauss (4) est une solution (b).

En effet, elle comporte un résumé exhaustif

$$X = \frac{\Sigma x_i}{n}, \qquad Y = \frac{\Sigma y_i}{n},$$

dont la loi de probabilité est évidemment

$$(4') \qquad A e^{-\frac{n}{2}\{(X - r\cos m)^2 + (Y - r\sin m)^2\}} d(XY).$$

Ainsi, comme pour la loi (4), les régions à masse invariante sont des couronnes circulaires, et le paramètre m ne figure que dans la loi de probabilité liée de l'angle polaire du point XY.

La question posée par R. A. Fisher fait partie de la théorie de l'estimation des paramètres. En liaison très étroite avec celle-ci, on trouve la théorie des tests qui permettent de juger si la loi de probabilité ainsi estimée est en accord satisfaisant avec les observations. Dans les travaux qu'ils ont consacrés à cette théorie, E. S. Pearson et J. Neyman ont rencontré tout naturellement d'abord les lois à estimation exhaustive, puis les lois dont nous venons de parler, où les régions R à masse invariante sont nommées par eux *régions semblables à l'espace entier.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Délais d'attente des appels téléphoniques traités au hasard.* Note de M. **Émile Vaulot**, présentée par M. Émile Borel.

Considérons un groupe de x lignes recevant ensemble en moyenne y appels pendant la durée moyenne d'une communication prise pour unité de temps.

Par hypothèse e^{-t} est la probabilité pour qu'une communication ait une durée supérieure à t.

On suppose que y est $< x$, que les appels se présentent au hasard et qu'il est répondu immédiatement à tous les appels qui se produisent à un instant où il existe au moins une ligne libre. Les appels non servis immédiatement restent en attente jusqu'à ce qu'ils trouvent une ligne libre.

Nous désignerons par Π_j (j pouvant varier de 0 à $+\infty$) la probabilité d'occupation des x lignes avec j appels en attente.

Ces probabilités sont indépendantes de l'ordre dans lequel les appels sont traités. Elles ont les valeurs

$$\Pi_j = \left(\frac{y}{x}\right)^j \frac{y^x}{x!\,\Delta},$$

où nous avons posé

$$\Delta = 1 + \frac{y}{1} + \frac{y^2}{2!} + \ldots + \frac{y^{x-1}}{(x-1)!} + \frac{y^x}{x!}\,\frac{x}{x-y}.$$

On en déduit facilement les probabilités pour qu'un appel ait une durée d'attente supérieure à t, si l'on suppose les appels traités dans l'ordre où ils se présentent.

Or, dans la pratique téléphonique, les appels sont traités, non pas dans l'ordre où ils se présentent, mais *au hasard*.

En adoptant cette dernière hypothèse, désignons par $F_n(t)$ la probabilité pour qu'un appel doive attendre encore pendant une durée supérieure à t, sachant qu'à l'instant considéré il est en attente en même temps que n autres appels. On a

$$F_n(0) = 1 \qquad (n = 0, 1, \ldots).$$

En comparant l'instant où, pour un appel donné, la durée d'attente qui reste à courir est supérieure à t, à l'instant suivant où cette durée sera supérieure à $t - dt$, on a la relation

$$F_n(t) \approx (1 - x\,dt - y\,dt)\,F_n(t - dt) + \frac{n}{n+1}\,x\,dt\,F_{n-1}(t) + y\,dt\,F_{n+1}(t).$$

On obtient ainsi les équations différentielles en nombre infini auxquelles satisfont les fonctions F_n

$$(1) \qquad (x + y)\,F_n + F'_n = \frac{n}{n+1}\,x\,F_{n-1} + y\,F_{n+1}.$$

La probabilité pour qu'un appel attende pendant une durée supérieure à t à partir du moment où il se produit sera

$$A(t) = \frac{y^x}{x!\,\Delta} \sum_{n=0}^{n=\infty} \left(\frac{y}{x}\right)^n F_n(t).$$

En dérivant les équations (1) on peut calculer les coefficients successifs des développements en séries de Mac-Laurin des fonctions F_n et en déduire le développement de $A(t)$. Les deux premiers termes sont

$$A(t) = \frac{y^x}{(x-1)!\,(x-y)\,\Delta}\left(1 - t\,x\,\frac{x-y}{y}\log\frac{x}{x-y} + \ldots\right).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation des fonctions de Mathieu normées*. Note de M. **Robert Campbell**, présentée par M. Joseph Pérès.

Lorsque l'on écrit l'équation des ondes $\nabla^2 p = -k^2 p$ en coordonnées elliptiques de révolution, définies par les formules

$$x = f \operatorname{ch}\eta \cos\xi \cos\varphi, \qquad y = f \operatorname{ch}\eta \cos\xi \sin\varphi; \qquad z = f \operatorname{sh}\eta \sin\xi,$$

la recherche des solutions de la forme $U(\xi)\,V(\eta)$ et indépendantes de φ conduit à l'équation différentielle

$$(1) \qquad \frac{d^2U}{d\xi^2} - \operatorname{tang}\xi\,\frac{dU}{d\xi} + (a + k^2 f^2 \sin^2\xi)\,U = 0$$

dont il s'agit de chercher les solutions de période 2π.

On sait que le même problème relatif à l'équation de Mathieu

$$\frac{d^2 y}{d\xi^2} + (a + k^2 f^2 \sin^2 \xi) y = 0 \tag{2}$$

se traite en remarquant que, si k devient nul, l'équation (2) devient celle du mouvement périodique ordinaire, et en cherchant alors, pour $k \neq 0$, une solution sous forme de série trigonométrique. De manière analogue, si k devient nul dans l'équation (1), celle-ci devient l'équation ordinaire de Legendre qui admet pour intégrale périodique $P_n(\sin\xi)$ quand $a = n(n+1)$. Il est donc naturel, au lieu de chercher une solution périodique de (1) sous forme de série trigonométrique, comme l'a fait Ince (*Proc. Edinburgh Math. Society*, 41, 1922-23), de la chercher sous la forme $\sum_0^\infty A_n P_n(\sin\xi)$. Effectivement, tandis que Ince trouvait pour déterminer les coefficients de sa série trigonométrique des relations de récurrence linéaires faisant intervenir 4 termes consécutifs, la méthode indiquée ici n'en fait intervenir que 3, ce qui présente des avantages, et permet d'écrire la condition $g(a, k^2) = 0$ de périodicité des intégrales de (1) sous forme d'équation transcendante où figure une fraction continue se prêtant facilement aux calculs.

Si l'on pose $z = \sin\xi$, $U = \sum_0^\infty A_n P_n(z)$, l'équation (1) devient

$$(1 - z^2)\frac{d^2 U}{dz^2} - 2z\frac{dU}{dz} + (a + k^2 f^2 z^2) U = 0. \tag{3}$$

En écrivant $z^2 P_n(z)$ sous forme de fonction linéaire homogène de $P_{n+2}(z)$, $P_n(z)$, $P_{n-2}(z)$, on obtient entre les A_n la relation de récurrence

$$A_{n-2} B^n_{n-2} + A_n[B^n_n + a - n(n+1)] + A_{n+2} B^n_{n+2} = 0,$$

où

$$B^n_{n-2} = \frac{n(n-1)k^2 f^2}{(2n-3)(2n-1)}, \qquad B^n_n = \frac{k^2 f^2}{2n+1}\left[\frac{n^2}{2n-1} + \frac{(n+1)^2}{2n+3}\right],$$

$$B^n_{n+2} = \frac{(n+1)(n+2)k^2 f^2}{(2n+3)(2n+5)},$$

la 1re relation étant

$$A_0\left(\frac{k^2 f^2}{3} + a\right) + \frac{2k^2 f^2}{15} A_2 = 0.$$

Comme l'indice saute de 2 en 2, il y a lieu de distinguer entre le cas où les coefficients A_n sont à indice pair et celui où ils sont à indice impair. L'équation $g(a, k^2) = 0$ s'écrit, pour les indices pairs :

$$\frac{f^2 k^2}{3} + a = \frac{u_2}{v_2 -}\,\frac{u_4}{v_4 -}\cdots\frac{u_{2p}}{v_{2p} -}\cdots,$$

et pour les indices impairs :

$$\frac{1}{2.3}\left(1+\frac{4}{5}\right)k^2f^2+\frac{a}{1.2}-1=\frac{u_3}{v_3-}\,\frac{u_5}{v_5-}\cdots\frac{u_{2p+1}}{v_{2p+1}-}\cdots,$$

où

$$u_0=\frac{2k^4f^4}{3^2\times 15},\quad u_n=\frac{n(n-1)k^4f^4}{(n-2)(n+1)(2n-3)(2n-1)^2(2n+1)},\quad v_n=\frac{B_n^n+a}{n(n+1)}-1.$$

Les fractions continues convergent rapidement. Les coefficients A_n se calculent, à un facteur près, par la formule

$$\frac{A_n}{A_{n-2}}=\frac{B_{n-2}^n}{n(n+1)}\overset{\infty}{\underset{n}{\Phi}}\frac{u_n}{1-\dfrac{a+B_n^n}{n(n+1)}},$$

qui prouve que la série $\Sigma A_n P_n$ converge rapidement. Les intégrales périodiques sont normables comme les fonctions de Mathieu : si l'on désigne par $pe_n(z)$ celle qui se réduit pour $k=0$ au polynome $P_n(z)$, il suffira de choisir le facteur constant pour que $\int_{-1}^{+1} pe_n^2(z)\,dz$ soit égal à $\frac{2}{2n+1}$.

La seconde solution, pour les mêmes valeurs de a et de k^2, n'est pas périodique, mais se développe facilement en série convergente de fonctions de Legendre de seconde espèce, grâce aux mêmes formules de récurrence. On a ainsi l'intégrale générale.

Généralisation. — Si l'on s'intéresse maintenant aux ondes telles que p dépende aussi de φ, et soit de la forme

$$p=\cos^{\gamma-\frac{1}{2}}\xi.\operatorname{ch}^{\gamma-\frac{1}{2}}\eta.U(\xi).V(\eta).\cos\left(\gamma-\frac{1}{2}\right)\varphi,$$

l'équation (3) est remplacée par la suivante

$$(1-z^2)\frac{d^2U}{dz^2}-(2\nu+1)z\frac{dU}{dz}+(a+k^2f^2z^2)U=0$$

qui se réduit, pour $k=0$, à l'équation de Gegenbauer, laquelle admet une intégrale périodique si $a=n(n+2\nu)$. Comme ci-dessus, on cherche U sous la forme $\sum_0^\infty A_n C_n^\nu(z)$ de série de polynomes de Gegenbauer. On exprime encore $z^2 C_n^\nu(z)$ en fonction linéaire homogène de $C_{n+2}^\nu(z)$, $C_n^\nu(z)$, $C_{n-2}^\nu(z)$, et l'on obtient la condition de périodicité sous la forme d'équation transcendante en fraction continue.

RELATIVITÉ. — *Sur la conservation de la masse propre. Sur la notion de fluide parfait.* Note [1] de M. **Olivier Costa de Beauregard.**

Désignons par ρ_0, V^i et $-f^i$ la densité massique propre, la quadri-vitesse et la quadri-densité de force d'inertie d'un milieu continu; les définitions que

[1] Séance du 21 janvier 1946.

nous avons données récemment ([2]) permettent de s'affranchir de l'hypothèse $V_i f^i = 0$ généralement adoptée, tout en maintenant d'importants théorèmes de conservation que nous allons rappeler. Si τ désigne le temps propre le long des lignes de courant $\mathcal{L}$, δu^i l'élément tridimensionnel d'une cloison $\mathcal{C}$ du genre espace dans un tube d'Univers, représentant l'état courant d'une goutte matérielle, la variation d'impulsion-énergie pondéromotrice s'écrira

$$(1) \qquad \int_{\mathcal{L}} d\tau \iiint_{\mathcal{C}} V_j (f^i \delta u^j - f^j \delta u^i) = \iiiint f^i [dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^4] - \int d\tau \iiint (V_k f^k)\, \delta u^i;$$

avec notre hypothèse $V_k f^k \neq 0$, l'expression $f^i - \partial_j(\rho_0 V^i V^j)$ n'est plus nulle.

Pour $\mathcal{L}$ et $\mathcal{C}$ infinitésimales, l'expression (1) représente la variation élémentaire d'impulsion-masse d'une gouttelette, et l'on voit que ce quadrivecteur est identiquement orthogonal à V_i; l'impulsion-masse $\delta p^i = (\rho_0 V_k \delta u^k) V^i$ se conserve donc en module, ainsi que l'hyperflux

$$(2) \qquad m_0 = \iiint_{\mathcal{C}} \rho_0 V_k \delta u^k$$

attaché à un tube de courant d'Univers; il suit de là l'importante relation (3_1) ([3]) ainsi que, $\delta p'^i$ désignant notre *fausse impulsion-masse* ([4]), les (3_2)

$$(3) \qquad \partial_k(\rho_0 V^k) = 0, \qquad V_k \delta p^k = V_k \delta p'^k = -c^2 \delta m_0.$$

Enfin, remarquons que l'action élémentaire $V_k \delta p^k d\tau$ s'écrit ([5])

$$(4) \qquad d\,\delta\mathcal{A} = -c^2 \rho_0\, dx^i\, \delta u_i = -c^2 \rho_0 [dx^1\, dx^2\, dx^3\, dx^4].$$

L'expression $\delta u_0 = V_k \delta u^k$ mérite le nom de *volume matériel élémentaire invariant* parce que, dans le repère galiléen entraîné, le volume élémentaire considéré simultanément lui est égal. Convenons d'appeler *incompressible* ([6]) un fluide au sein duquel l'expression

$$(5) \qquad u_0 = \iiint V_k \delta u^k$$

([2]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 743.

([3]) La formule (3_2) et toutes celles qui l'accompagnent dérivent très simplement des hypothèses classiques $f^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j)$, $V_i f^i = 0$.

([4]) *Journal de Mathématiques*, **22**, fasc. II, 1943, p. 132.

La condition pour que les résultats (2), (3) et (4) subsistent avec notre tenseur inertique asymétrique $\rho^0 U^i V^j$ et que le quadrivecteur $U^i - V^i$, déjà orthogonal à V^i, le soit aussi à V'^i (*Comptes rendus*, **218**, 1943, pp. 31-33; *Journ. Math.*, *op. cit.*, pp. 133-136).

([5]) M. L. de Broglie a indiqué ce résultat à propos de l'invariant ω_1 de la théorie de Dirac (*L'Électron magnétique*, Paris, 1934, pp. 223-224).

([6]) Notre *fluide incompressible* est, pour M. de Laue, *de moindre compressibilité*; nous ne pensons pas notre terminologie moins heureuse que celle de *corps solide*, qu'on conserve en relativité, étant bien entendu que tout élément de volume en mouvement subit la construction de Lorentz [*Théorie de la Relativité* (trad. G. Létang), **1**, 1924, p. 299].

se conserve le long de tout tube de courant; on voit qu'un tel fluide sera équivalemment caractérisé par l'une ou l'autre relation

(6) $$\partial_i V^i = 0, \qquad \rho_0 = \text{const}.$$

Faisons alors l'hypothèse (7_1), suivant laquelle la densité de force d'inertie $-f^i$ est un quadri-gradient; nous allons montrer, ce qui semble vraiment paradoxal, que le fluide est alors incompressible [7], et que c'est seulement moyennant l'hypothèse supplémentaire (7_2) qu'on peut retrouver en relativité une propriété bien connue des fluides non visqueux :

(7) $$f^i = \partial^i \varpi, \qquad V_i f^i = 0.$$

Soient $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ deux états successifs d'une même goutte, $\mathcal{P}$ la portion d'hyperparoi correspondante; le second membre de (1) s'écrit

$$\iiiint \partial^i \varpi [dx^1 dx^2 dx^3 dx^4] - \iiint_{\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1} \varpi\, \delta u^i,$$

expression dans laquelle on reconnaît l'impulsion masse $\iiint_{\mathcal{P}} \varpi\, \delta u^i$ fournie par les forces superficielles; on déduit de là la relation

(8) $$\iiint_{\mathcal{C}_2 - \mathcal{C}_1} (\rho_0 V^i V^j + \varpi \delta^{ij})\, \delta_{uj} = \iiiint \partial^i \varpi [dx^1 dx^2 dx^3 dx^4]$$

qui, pour $\mathcal{C}$ et $\mathcal{P}$ infiniment petites, se réduit à

(8′) $$\delta m_0\, dV^i + d(\varpi \delta u^i) = \partial^i \varpi\, \delta u_0\, d\tau;$$

multipliant par V_i, et se rappelant que $V_i \delta u^i = \delta u_0$, on trouve

$$V_i d(\delta u^i) \equiv V_i d(\delta u_0^i) = 0,$$

d'où l'on conclut bien que le quadrivolume élémentaire *propre* δu_0 se conserve en module le long du tube.

Joignons alors à (7_1) l'hypothèse (7_2); dans (1), le second terme est nul *a priori*, et le second terme du premier membre de (8) ne s'introduit plus; on peut donc écrire la formule classique (9_1) et, compte tenu de (3_1), en tirer la formule (9_2) que nous devons à M. É. Durand

(9) $$f^i = \partial_j(\rho_0 V^i V^j), \qquad f^i = \rho_0 V'^i;$$

d'après (7_1), le quadri-vecteur V'^i est irrotationnel; en posant $\tau^{ij} = \partial^j V^i - \partial^i V^j$, $\sigma^{ij} = \partial^i V^j + \partial^j V^i$, et, remarquant que $\partial^j V'^i = \partial^j (V_k \partial^k V^i)$, on peut écrire

$$\tau'^{ij} + \frac{1}{2}(\sigma^i_{.k} \tau^{jk} - \sigma^j_{.k} \tau^{ik}) = 0;$$

d'après cette relation, il peut exister, au sein du fluide considéré, des lignes et des tubes de courant d'Univers le long desquels la quadri-vitesse V^i reste irrotationnelle.

---

[7] L'hypothèse $f^i = \partial^i \varpi$ ($i = 1, 2, 3, 4$) est beaucoup plus restrictive que l'hypothèse classique $f^0 = \partial^0 \varpi$ ($0 = 1, 2, 3$).

CALCUL MÉCANIQUE. — *Résolution de certaines équations aux dérivées partielles au moyen de la cuve électrolytique.* Note de M. **René Musson-Genon**, présentée par M. Joseph Pérès.

A. Introduction. — Depuis les travaux de MM. Pérès et Malavard, il est devenu classique d'utiliser la cuve électrolytique pour déterminer des fonctions harmoniques satisfaisant à certaines conditions aux limites. L'emploi de l'analogie électrique a, d'autre part, été étendu à des problèmes faisant intervenir d'autres équations aux dérivées partielles que celles de Laplace [1]. Je me propose d'étendre ces méthodes et d'indiquer une application dans un domaine nouveau.

B. Position du problème et méthode de résolution. — Soit à déterminer, dans un domaine D, une fonction $\varphi(x, y)$ astreinte à certaines conditions aux limites (représentables à la cuve) et vérifiant l'équation

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \Psi_\varphi(x, y), \tag{1}$$

où $\Psi_\varphi(x, y)$ est une fonction de x et y connue dans D lorsque φ y est elle-même connue.

1° On peut montrer tout d'abord que si $\varphi_0(x, y)$ est une fonction définie dans D, il est possible, sous des conditions de régularité assez générale, de trouver un relief du fond de la cuve tel que la distribution du potentiel $V(x, y, z)$ dans la cuve redonne, à la surface $z = 0$ de cette dernière, la fonction $\varphi(x, y)$. Pour réaliser ce fond, on est amené à utiliser des *portions isolantes* et des *portions conductrices*.

α. *Fond isolant.* — En supposant φ développable en série par rapport à z, et en se bornant à de faibles cotes z, le fond est défini par

$$\frac{1}{z}\left[\frac{\partial \varphi_0}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_0}{\partial y}\frac{\partial z}{\partial y}\right] = -\Delta\varphi_0. \tag{2}$$

Si s représente l'abscisse curviligne comptée sur les lignes de forces du champ vectoriel $\vec{E}_0 = -\operatorname{grad}\varphi_0$, l'équation (3) est équivalente à

$$\frac{d\mathrm{L}z}{ds} = \frac{\Delta\varphi_0(s)}{E_0(s)}, \tag{3}$$

qui permet de déterminer $z(s)$ sur chaque ligne de force.

β. *Fond conducteur.* — Toujours en supposant z assez petit, on aura comme équation du fond

$$\varphi_0(x, y) - \frac{1}{2}\Delta\varphi_0(x, y)\, z^2 = \text{const.} \tag{4}$$

---

[1] J. Pérès et L. Malavard, *Bull. Soc. Franç. Électr.*, **92**, 1938, p. 145.

La relation (3) n'est plus applicable en un point où $E_0 = 0$; mais alors la relation (4) détermine un fond métallique oblique par rapport à la surface.

2° *Approximations successives.* — Une cuve à fond plat respectant dans le plan $z = 0$ les conditions aux limites fournit expérimentalement une première fonction φ_0^1; la relation (1) permet d'en déduire une fonction $\Psi\varphi_0^1(x, y)$ à laquelle on peut associer un fond modelé F_2 par la relation (3) où $\Delta\varphi_0$ est remplacé par $\Psi_{\varphi_0^1}$; on détermine alors expérimentalement φ_0^2 à la surface de la cuve; φ_0^2 satisfait à $\Delta\varphi_0^2 = \Psi_{\varphi_0^1}$, et ainsi de suite. Si la série des approximations converge, on a, à la limite, la fonction φ cherchée.

Remarque. — Supposons que (1) soit du type

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + f(x)\frac{\partial \varphi}{\partial x} + g(y)\frac{\partial \varphi}{\partial y} + h\varphi = 0. \tag{5}$$

a. Si $h = 0$, on peut satisfaire à (2), compte tenu de (5), en prenant

$$z_1 = X(x)\,Y(y) \qquad \text{avec} \quad \frac{1}{X}\frac{dX}{dx} = f(x) \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{Y}\frac{dY}{dy} = g(y). \tag{6}$$

Le fond de la cuve est alors déterminé directement sans approximations successives.

b. Si $h \neq 0$, z, étant déterminé par (6), posons $\xi z = z_1$, ξ est alors défini par (3') d'emploi plus commode que (3)

$$\frac{dL\xi}{ds} = -\frac{h_0\varphi_0}{E_0}. \tag{3'}$$

C. Application a l'électromagnétisme. — Une distribution du champ électromagnétique de révolution peut être décrite au moyen d'une seule fonction scalaire φ. En utilisant les coordonnées cylindriques habituelles, on a

$$E_z = \frac{K}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} \qquad \text{et} \qquad E_r = -\frac{K}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{7}$$

où K est une constante de proportionnalité.

La fonction φ satisfait à une équation aux dérivées partielles du type (5) avec $h \neq 0$.

Dans le cas bien connu d'une onde E_0, dans un guide cylindrique, la fréquence étant égale à la fréquence de coupure, la fonction φ satisfait à $\varphi = 0$ sur l'axe et à $\varphi = \text{const.}$ sur la surface du guide. La méthode des approximations successives appliquée à partir d'un fond plat redonne après quatre approximations la distribution connue aux erreurs expérimentales près, qui permettent une précision satisfaisante.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur les masses dans un système d'étoiles non séparées à l'observation.* Note de M. **Georges Durand**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Je me propose d'étudier l'application de la relation masse-luminosité à un ensemble d'étoiles observées globalement : bien qu'indéterminées, les masses

sont comprises dans des intervalles suffisamment restreints pour donner lieu à d'utiles résultats [1].

La relation masse-luminosité établie par voie *statistique* est généralement une fonction linéaire $\lambda = a\,M_b + c$ entre le logarithme de la masse, $\lambda = \log \mu$, et la magnitude absolue bolométrique M_b d'une étoile ; a et c sont des constantes qu'on calcule au moyen des masses et magnitudes d'étoiles connues. La relation masse-luminosité d'Eddington, issue de considérations théoriques, est de la forme $\lambda = f(G)$, avec $G = M_b + 2 \log (T/T_0)$, T étant la température effective de l'étoile et T_0 une température effective arbitraire ; G est ainsi une magnitude absolue bolométrique réduite à la température T_0; de plus la relation d'Eddington peut être mise sous une forme linéarisée $\lambda = \alpha G + \lambda_0$, où λ_0 est constant et α varie peu, ce qui la rapproche des relations statistiques. Il est donc avantageux de continuer à considérer la relation d'Eddington, puisqu'*elle comprend comme cas particuliers les relations statistiques*, indépendantes de la température effective [2].

Les résultats qui vont suivre sont d'ailleurs valables quelle que soit la relation masse-luminosité adoptée. Aussi désignerai-je simplement par $\mu(G)$ ou $\lambda(G)$ la *fonction* qui représente la masse ou son logarithme, étant entendu que la variable G doit être remplacée par M_b dans le cas de la relation statistique.

Soit m la magnitude apparente visuelle *totale* observée pour le système d'étoiles, de magnitudes respectives inconnues $m_1, m_2, \ldots, m_k, \ldots, m_n$, avec $m_k \leqq m_{k+1}$. Posant $\xi_k = 2{,}5 \log k$, j'ai d'abord les inégalités

$$m + \xi_n \geqq m_1 > m, \qquad m_2 > m + \xi_2, \qquad \ldots, \qquad m_k > m + \xi_k, \qquad \ldots, \qquad m_n \geqq m + \xi_n.$$

Si les étoiles sont voisines les unes des autres, ces inégalités subsistent quand on substitue aux magnitudes apparentes $m, m_1, m_2, \ldots, m_n$ les magnitudes absolues $M, M_1, M_2, \ldots, M_n$.

On passe de la magnitude absolue visuelle à M_b ou à G par addition d'un terme, fonction de la température seule, donc connu à partir du type spectral. Soit, par exemple, $G = M + U$; vu la faible valeur absolue de U pour la plupart des types spectraux, l'erreur due à son indétermination est négligeable devant celle qui affecte une magnitude absolue, de sorte qu'on peut prendre ici une valeur moyenne résultant de l'observation globale du système.

Finalement, les inégalités précédentes donnent pour les *masses individuelles*

---

(1) Pour deux étoiles, j'ai déjà formulé et appliqué cette remarque (*Annales Obs. Toulouse*, 11, 1935, p. 215), laquelle est à la base de la *Thèse* de M. Henry Berthomieu (Paris, 1945). Ici je traite le cas général de n étoiles.

(2) Il suffit de prendre α constant et $T = T_0$. Pratiquement l'emploi de la relation d'Eddington n'est pas plus compliqué, une étude complète en ayant été faite, avec des Tables appropriées (Voir G. Durand, *Annales Obs. Toulouse*, 15, 1939, p. 117), et les valeurs obtenues diffèrent peu d'une relation à une autre.

inconnues $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k, \ldots, \mu_n$ des étoiles du système ($\mu_k \geqq \mu_{k+1}$)

$$\mu(G+\xi_n) \leqq \mu_1 < \mu(G), \quad \mu_2 < \mu(G+\xi_2), \quad \ldots, \quad \mu_k < \mu(G+\xi_k), \quad \ldots, \quad \mu_n \leqq \mu(G+\xi_n).$$

Soit maintenant $\sigma_n = \mu_1 + \mu_2 + \ldots + \mu_n$ la *masse totale* du système, dont la considération est plus fréquente dans les applications. Sous des conditions largement satisfaites par les relations masse-luminosité des divers auteurs, j'établis la double inégalité

$$\mu(G) < \sigma_n \leqq n\,\mu(G+\xi_n).$$

Soit enfin à étudier l'*erreur* commise lorsqu'on applique la relation masse-luminosité à une étoile qui apparaît simple alors qu'en réalité elle est multiple, les composantes étant au nombre de n. Avec les mêmes notations, la relation masse-luminosité donne une masse erronée $\mu(G)$ tandis que la valeur exacte est σ_n. D'après ce qui précède, on a pour l'*erreur relative* $\mathcal{E}_r$

$$0 < \mathcal{E}_r \leqq 1 - \frac{\mu(G)}{n\,\mu(G+\xi_n)}.$$

Cette formule montre que l'erreur est toujours *par défaut* et elle permet, dans chaque cas particulier, G et n étant donnés, d'en calculer une limite supérieure.

On peut aussi se faire une idée, d'une façon tout à fait générale, de l'ordre de grandeur de celle-ci. En effet le dernier rapport écrit, soit ρ, est une fonction décroissante de G, de sorte qu'on a toujours, pour la relation d'Eddington, $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-17/22}$. Pour les relations statistiques $\lambda = a\,M_b + c$, la variable M_b remplace G dans le rapport ρ et je montre que $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-2,5a-1}$ quel que soit M_b; si l'on considère, par exemple, les relations les plus récentes, celle de Russel et Moore ([3]) et celle de M. P. Baize ([4]), on a respectivement $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-0,738}$ et $\mathcal{E}_r < 1 - n^{-0,720}$. On voit combien faible est l'écart entre les différentes relations. Ainsi le cas $n = 2$, particulièrement important, donne $\mathcal{E}_r < 0,40$ à 0,01 près pour les trois relations considérées.

Tous ces résultats sont susceptibles d'applications variées dans divers domaines : étoiles doubles spectroscopiques, binaires à éclipses, amas etc. Ils conduisent aussi à préciser la relation masse-luminosité elle-même, en permettant de tenir compte des étoiles multiples, traitées à tort comme simples (d'où une erreur toujours de même signe), qui se glissent inévitablement dans les études ou vérifications statistiques de la relation.

([3]) *The Masses of the Stars*, Chicago, 1940.

([4]) *Bull. de la Soc. Astr. de France*, **57**, 1943, p. 101.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sources et flux d'entropie.* Note [1] de M. I. **Prigogine.**

1. Étant donnée une variable extensive F, dont la densité volumique est f, on a le bilan

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial \mathcal{F}^i(\mathrm{F})}{\partial x^i} + \sigma(\mathrm{F}) \qquad (i=1,\ 2,\ 3), \tag{1}$$

où le vecteur $\mathcal{F}(\mathrm{F})$ est *le flux* associé à F et où le scalaire $\sigma(\mathrm{F})$ est *la source* de F. Proposons-nous de calculer le flux et les sources d'entropie [2]. Pour cela, étendons la formule fondamentale de Gibbs aux systèmes non uniformes. Cette formule peut s'écrire sous la forme

$$\mathrm{T}\frac{\partial s v^\alpha}{\partial x^\alpha} = \frac{\partial e v^\alpha}{\partial x^\alpha} + \mathrm{P}\frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\alpha} - \sum_\gamma \mu_\gamma \frac{\partial \rho_\gamma v^\alpha}{\partial x^\alpha} \qquad (\alpha = 1,\ \ldots,\ \gamma), \tag{2}$$

ou x^1, x^2, x^3 sont les coordonnées spatiales; $x^4 \equiv t$ (temps); $v^i (i=1,\ 2,\ 3)$ la vitesse barycentrique de la matière $v^4 \equiv 1$; T la température absolue; s la densité de l'entropie S; e celle de l'énergie interne E; P la pression (pression de Lamb si le milieu est visqueux); μ_γ le potentiel chimique par unité de masse; ρ_γ la densité de la masse m_γ. La formule (2) s'écrit encore

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial s v^i}{\partial x^i} = \frac{1}{\mathrm{T}}\frac{\partial e}{\partial t} + \frac{1}{\mathrm{T}}\frac{\partial e v^i}{\partial x^i} + \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{T}}\frac{\partial v^i}{\partial x^i} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma}{\mathrm{T}}\frac{\partial \rho_\gamma}{\partial t} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma}{\mathrm{T}}\frac{\partial \rho_\gamma v^i}{\partial x^i}. \tag{3}$$

Grâce à (1) et (3), on trouve directement

$$\mathcal{F}^i(\mathrm{S}) = s v^i + \frac{[\mathcal{F}^i(\mathrm{E}) - e v^i] - \mathrm{P} v^i - \sum_\gamma \mu_\gamma [\mathcal{F}^i(m_\gamma) - \rho_\gamma v^i]}{\mathrm{T}}, \tag{4'}$$

$$\sigma(\mathrm{S}) = -\frac{\mathcal{F}^i(\mathrm{E}) - e v^i}{\mathrm{T}^2}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial x^i} - v^i \frac{\partial \frac{\mathrm{P}}{\mathrm{T}}}{\partial x^i} - \sum_\gamma [\mathcal{F}^i(m_\gamma) - \rho_\gamma v^i]\frac{\partial \frac{\mu_\gamma}{\mathrm{T}}}{\partial x^i} + \frac{\sigma(\mathrm{E})}{\mathrm{T}} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma \sigma(m_\gamma)}{\mathrm{T}}. \tag{4''}$$

La source d'entropie se décompose ainsi en trois sortes de termes : ceux relatifs aux gradients des variables intensives T, P, μ_γ; celui relatif à la dégradation de l'énergie et celui relatif aux réactions chimiques. Le second principe de la thermodynamique postule que la source d'entropie est *définie positive ou nulle.*

2. Pour donner à (4) des formes plus explicites, observons que

$$\mathcal{F}^i(m_\gamma) = \rho_\gamma v^i + \rho_\gamma \Delta^i_\gamma; \qquad \sigma(m_\gamma) = \mathrm{M}_\gamma \nu_\gamma \check{\mathbf{v}}; \qquad \mathcal{F}^i(\mathrm{E}) = e v^i + \mathrm{W}^i + \mathrm{P} v^i \tag{5}$$

---

(1) Séance du 9 juillet 1945.

(2) G. Meixner, *Ann. Physik*, (5), **36**, 1939, p. 105; **40**, 1941, p. 165; **41**, 1942, p. 403; *Zeits. phys. Chem.*, B, **53**, 1943, p. 235; J. Géhéniau, *Bull. Acad. Roy. Belgique*, Cl. des Sc., (5), séances du 11 avril 1942 et du 9 janvier 1943; J. E. Verschaffelt, *Bull. Acad. Roy. Belgique*, Cl. des Sc., (5), séance du 6 juin 1942; C. Eckart, *Phys. Rev.*, **58**, 1940, pp. 267, 269.

où Δ_γ est le vecteur de diffusion relativement au mouvement barycentrique, M_γ la masse molaire de γ, ν_γ son coefficient stœchiométrique dans la réaction effectuée par le système, $\overset{\vee}{\mathbf{v}}$ la vitesse réactionnelle par unité de volume; enfin, W^i est le flux calorifique. Grâce à (5), (4) s'écrit

$$(6') \qquad \mathcal{F}^i(S) = sv^i + \frac{W^i + \sum_\gamma \mu_\gamma \rho_\gamma \Delta^i_\gamma}{T};$$

$$(6'') \qquad \sigma(S) = -\frac{W^i}{T^2}\frac{\partial T}{\partial x^i} - \frac{v^i}{T}\frac{\partial P}{\partial x^i} - \sum_\gamma \rho_\gamma \Delta^i_\gamma \frac{\partial \frac{\mu_j}{T}}{\partial x^i} + \frac{\sigma(E)}{T} - \sum_\gamma \frac{\nu_\gamma \mu_\gamma M_\gamma \overset{\vee}{\mathbf{v}}}{T}.$$

La formule (6′) est due à Meixner (*loc. cit.*).

3. Remarquons que l'on a, en vertu du premier principe de la thermodynamique,

$$(7) \qquad \sigma(U) = \sigma\left(E + L + \sum_\gamma O + R\right) = 0,$$

où U désigne l'énergie totale, L l'énergie cinétique, O_γ l'énergie potentielle du constituant γ, R l'énergie rayonnante. Or

$$(8) \qquad \sigma(O_\gamma) = \rho_\gamma F^i_\gamma v^i_\gamma; \qquad L = L_b + L_d,$$

où F^i_γ est la force extérieure par unité de masse de γ, v_γ la vitesse de γ, L_b l'énergie cinétique barycentrique, L_d celle de diffusion. D'autre part, l'équation fondamentale de la dynamique appliquée au mouvement barycentrique donne

$$(9) \qquad \sigma(L_b) = \sum_\gamma F^i_\gamma \rho_\gamma v^i + (P^{ij} - P\delta^{ij})\frac{\partial v^j}{\partial x^i} - v^i\frac{\partial P}{\partial x^i},$$

où P^{ij} est le censeur des pressions. Grâce à (7), à (9), (6″) devient

$$(10) \qquad \sigma(S) = -\frac{W^i}{T^2}\frac{\partial T}{\partial x^i} + \frac{1}{T}\sum_\gamma \left(F^i_\gamma - T\frac{\partial \frac{\mu_\gamma}{T}}{\partial x^i}\right)\rho_\gamma \Delta^i_\gamma$$
$$- (P^{ij} - \delta^{ij}P)\frac{\partial v^i}{\partial x^i} - \sum_\gamma \frac{\mu_\gamma \nu_\gamma M_\gamma \overset{\vee}{\mathbf{v}}}{T} - \frac{\sigma(L_d)}{T} - \frac{\partial(R)}{T}.$$

Dans les systèmes sans rayonnement, on retrouve ainsi la formule que Géhéniau (*loc. cit.*) a déduite de la *Mécanique statistique* de De Donder [3]. Si, en outre $\sigma(L_d) = 0$, on retouve la formule de Meixner. Les équations ainsi obtenues s'appliquent à un vaste ensemble de phénomènes macroscopiques (diffusion, thermodiffusion, photochimie, viscosité) et s'étendent sans difficulté au cas de plusieurs phases.

---

[3] *Théorie nouvelle de la Mécanique statistique*, Paris, 1938; *Énergétique*, Paris, 1939.

CHALEUR. — *Détermination du rayonnement des corps métalliques à partir de mesures de convection naturelle dans l'air à la pression ordinaire.* Note [1] de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons déduit d'expériences variées [2] [fils fins de platine, ellipsoïde d'argent, en enceinte fermée assez grande; cylindres concentriques de duralumin [3]; thermomètres [4] à mercure, cylindre de fer, exposé à l'air] que le coefficient α de convection naturelle était lié à l'écart de température θ par une loi ayant la forme suggérée par la théorie

$$\alpha = \alpha_0 + A\theta^{\frac{1}{6}}(1 + B\theta), \tag{1}$$

le terme $B\theta$ pouvant être facilement négligeable (dans les trois derniers cas). α_0 représente l'effet de la conduction pure, calculable *a priori* [5].

Ce que donne directement l'expérience, après correction éventuelle [6] des perturbations dues aux rayonnements étrangers, c'est, en fonction de l'écart θ, le coefficient h d'échange global, qui contient en plus les effets du rayonnement proprement dit. On les calcule *a priori* lorsqu'ils sont, ou bien connus (cas du platine), ou très petits (cas des métaux polis très conducteurs). C'est alors qu'on peut tirer la loi (1) des données expérimentales.

Le phénomène de convection étant indépendant du rayonnement, on peut étendre la loi (1) aux cas où le rayonnement est relativement important et inconnu *a priori*. On peut alors, du coefficient global d'échange, déduire le rayonnement; nous allons indiquer comment.

On retranche tout d'abord, des valeurs expérimentales de h, le terme α_0 calculé par la conductibilité thermique du fluide à la température de l'enceinte. Le terme $B\theta$ est d'autre part supposé négligeable : dans le cas du cylindre sur lequel nous avons opéré, et dont les dimensions étaient de quelques centimètres, cela permet des écarts de plusieurs dizaines de degrés.

Le coefficient $h' = h - \alpha_0$ qui subsiste est alors la somme du terme en $\theta^{1/6}$ et du terme de rayonnement. Ce dernier dépend de θ, et d'une manière inconnue, ce qui semble s'opposer à la discrimination entre le terme convectif en $\theta^{1/6}$ et le rayonnement.

En réalité, θ est très modéré, et, dans le domaine de température étroit correspondant, on peut considérer le corps rayonnant comme un corps gris, défini par suite par une seule propriété, le pouvoir émissif e.

---

(1) Séance du 2 janvier 1946.
(2) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 675.
(3) *Congrès national de l'Aviation Française*, 1945, rapport n° **601**.
(4) *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 447.
(5) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 691.
(6) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 174.

Soit alors σ le coefficient de la loi de Stefan. La puissance effectivement dissipée par l'unité de surface du corps sous l'effet du rayonnement, s'écrira, T_0 étant la température absolue de l'enceinte, $e\sigma[(T_0+\theta)^4-T_0^4]$. Il lui correspond le coefficient d'échange obtenu en divisant par θ, et l'on peut formuler

$$h'=A\theta^{1/6}+e\sigma[(T_0+\theta)^4-T_0^4]:\theta.$$

La discrimination cherchée viendra, en fait, de ce que le premier terme tend vers zéro avec θ, tandis que le second reste fini. Adoptant la variable auxiliaire

$$\varphi=[(T_0+\theta)^4-T_0^4]\theta^{-\frac{7}{6}},$$

on écrit

$$h'\theta^{-\frac{1}{6}}=A+e\sigma\varphi.$$

A partir de la température T_0 de l'enceinte (21°C. dans nos expériences), on dresse une table donnant φ en fonction de θ. φ admet un minimum vers 35°C., d'où il suit que θ n'est pas fonction univoque de φ, mais cela n'offre aucun inconvénient réel.

En portant donc, sur un graphique, les valeurs de $h'\theta^{-\frac{1}{6}}$ en fonction de φ, on trouve une droite dont la pente $e\sigma$ donne immédiatement le pouvoir émissif e cherché. Bien entendu, on songera, en tirant la droite, que l'ensemble des points relatifs aux valeurs élevées de θ (les plus précis) est très ramassé, tandis que les points, moins sûrs, correspondant aux plus petites valeurs de θ, sont anormalement étalés. Il va donc de soi que la mesure de e ne peut être précise que si les petits écarts θ sont bien connus, c'est-à-dire si l'appareil n'est pas rudimentaire au point de ne pas permettre la comparaison différentielle des températures du corps dissipant et de l'enceinte ou du fluide ambiant.

En tout état de cause, l'appareil à mesure de rayonnement (dont l'emploi n'est pas restreint à la température ordinaire) est très simple et ne comporte aucune opération délicate. Nous avons expérimenté sur un cylindre de fer nu, un peu oxydé, et sur le même cylindre recouvert sur une grande partie de sa surface par un fil fin chauffant guipé au coton (on identifiait alors la température de la surface rayonnante avec celle, effectivement très voisine, de la masse de fer). Nous avons trouvé les nombres, très plausibles, de 0,25 et 0,80 pour les pouvoirs émissifs du fer un peu oxydé et du coton.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination des ensembles de circuits couplés à n degrés de liberté ayant les mêmes fréquences propres qu'un ensemble donné de circuits couplés, à n degrés de liberté.* Note de M. **Maurice Parodi**.

Nous représenterons par l_{ii}, r_{ii}, s_{ii} la self-inductance totale, la résistance totale et l'élasticité (inverse d'une capacité) totale du circuit de rang i, par l_{ik}, r_{ik}, s_{ik} la self-inductance, la résistance et l'élasticité communes aux circuits de rangs

i et k. En représentant par x_i la quantité d'électricité qui circule dans le circuit de rang i, à un ensemble de n circuits couplés, on peut faire correspondre les trois formes linéaires

$$T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} l_{ik}\dot{x}_i\dot{x}_k, \quad U = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} s_{ik}x_i x_k, \quad F = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} r_{ik}\dot{x}_i\dot{x}_k,$$

et les trois matrices associées $(T) = (l_{ik})$, $(U) = (s_{ik})$, $(F) = (r_{ik})$.

L'équation aux fréquences propres du système, en posant $p = i\omega$, s'écrit

$$(1) \qquad |((T)p^2 + (F)p + (U))| = 0,$$

$|(z)|$ représentant le déterminant correspondant à la matrice (Z).

Faisons sur les quantités d'électricité x_i le changement de variables

$$x_i = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} y_k \quad \text{ou} \quad (x) = (A)(y),$$

(A) représentant la matrice formée avec les coefficients a_{ik}.

En portant ces valeurs des x_i dans les formes linéaires envisagées, on obtient de nouvelles formes $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{U}$ et $\mathfrak{F}$ en y_k, auxquelles correspondent les matrices $(\mathfrak{T})$, $(\mathfrak{U})$ et $(\mathfrak{F})$.

Il est facile de montrer que l'on a [1]

$$(\mathfrak{T}) = (A')(T)(A),$$
$$(\mathfrak{U}) = (A')(U)(A),$$
$$(\mathfrak{F}) = (A')(F)(A),$$

(A') étant la matrice transposée de (A).

On aura ainsi les éléments constitutifs, fonctions des a_{ik}, de n circuits couplés constituant un nouvel ensemble : on aura tous les ensembles possibles en donnant aux a_{ik} toutes les valeurs possibles.

L'équation aux fréquences propres de l'un de ces nouveaux ensembles est

$$|[(\mathfrak{T})p^2 + (\mathfrak{F})p + (\mathfrak{U})]| = 0,$$

c'est-à-dire

$$|(A')[(T)p^2 + (F)p + (U)](A)| = 0.$$

Comme le déterminant d'un produit de matrices est égal au produit des déterminants de ces matrices, il s'ensuit que l'équation aux fréquences propres s'écrit

$$|(A')|\,|[(T)p^2 + (F)p + (U)]|\,|(A)| = 0$$

---

[1] Voir par exemple G. JULIA, *Introduction mathématique aux théories quantiques*, 1, p. 113.

ou encore

$$|[(\mathrm{T})p^2 + (\mathrm{F})p + (\mathrm{U})]| = 0.$$

C'est précisément l'équation (1).

Le groupe d'ensembles de circuits couplés obtenu en donnant aux a_{ik} toutes les valeurs possibles est donc tel que chaque ensemble ait les mêmes fréquences propres que l'ensemble initial.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les conditions aux limites dans l'intégration de l'équation des télégraphistes.* Note [1] de M. **Serge Colombo.**

La surface intégrale $z = \mathrm{V}(x, t)$, solution de l'*équation des télégraphistes*

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \mathrm{A}\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \mathrm{B}\frac{\partial z}{\partial t} + \mathrm{C}z \qquad (\mathrm{A, B, C: const.}),$$

et passant par les deux courbes données (C_0) et (C_1)

$$(\mathrm{C}_0) \qquad x = 0, \qquad z = \mathrm{F}(t),$$
$$(\mathrm{C}_1) \qquad x = x_1, \qquad z = \mathrm{G}(t),$$

s'obtient aisément par le calcul opérationnel d'Heaviside. La méthode consiste à considérer x comme un paramètre en posant

$$v(x, p) \doteqdot \mathrm{V}(x, t);$$

dans l'hypothèse $\mathrm{V}(x, 0) = (\partial \mathrm{V}/\partial t)_{t=0} = 0$ (il s'agit, en effet, de la propagation d'une onde), on trouve

$$(2) \qquad v(x, p) = \frac{\mathrm{sh}(x_1 - x)\gamma}{\mathrm{sh}\, x_1\gamma} f(p) + \frac{\mathrm{sh}\, x\gamma}{\mathrm{sh}\, x_1\gamma} g(p)$$

avec $\gamma^2 = \mathrm{A}p^2 + \mathrm{B}p + \mathrm{C}$, $f(p) \doteqdot \mathrm{F}(t)$, $g(p) \doteqdot \mathrm{G}(t)$.

Soit une ligne électrique ayant pour paramètres caractéristiques r, c, l, g, tels que $lc = \mathrm{A}$, $rc + lg = \mathrm{B}$, $rg = c$. Alors (2) est l'image symbolique de l'expression donnant les variations de la tension $\mathrm{V}(x, t)$ en chaque point de cette ligne, lorsque l'on crée à chacune de ses extrémités les d. d. p.

$$\mathrm{V}(o, t) = \mathrm{F}(t), \qquad \mathrm{V}(x_1, t) = \mathrm{G}(t).$$

Or, en pratique, les données sont : 1° la d. d. p. agissant à l'origine; 2° les paramètres caractéristiques de la ligne; 3° *l'impédance symbolique* $\mathrm{Z}(p)$ du récepteur placé à l'extrémité $x = x_1$.

En ce qui concerne cette dernière quantité, soit $\mathrm{Z}(j\omega)$ la fonction fournissant l'impédance du récepteur correspondant à une d. d. p. sinusoïdale de pulsation ω $(j = \sqrt{-1})$. On doit avoir

$$(3) \qquad \frac{v(x_1, p)}{i(x_1, p)} = \mathrm{Z}(p)$$

---

[1] Séance du 21 janvier 1946.

en désignant par $i(x, p)$ l'image de la fonction $I(x, t)$ donnant l'intensité du courant.

En vertu des relations

$$(4) \qquad rI + l\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad gV + c\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial x}$$

reliant V et I, ces deux fonctions satisfont à (1). Écrivons comme précédemment

$$v(x, p) = \frac{\operatorname{sh}(x_1 - x)\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} f(p) + \frac{\operatorname{sh} x\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} g(p) \doteqdot V(x, t),$$

on aura, de par la première des relations (4),

$$i(x, p) = \sqrt{\frac{g + cp}{r + lp}} \left[\frac{\operatorname{ch}(x_1 - x)\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} f(p) - \frac{\operatorname{ch} x\gamma}{\operatorname{sh} x_1\gamma} g(p)\right],$$

et de (3) on tire

$$(5) \qquad g(p) = \frac{Z(p).f(p)}{Z(p)\operatorname{ch} x_1\gamma + m\operatorname{sh} x_1\gamma},$$

en posant $\sqrt{(g + cp)/(r + lp)} = 1/m$.

D'où le théorème :

Lorsque l'on applique la d. d. p. $F(t)$ *à l'origine d'une ligne fermée à son extrémité* $x = x_1$ *sur une impédance symbolique* $Z(p)$, *la tension* $V(x, t)$ *en un point quelconque est celle qui résulterait du maintien à l'extrémité* $x = x_1$ *d'une d. d. p. ayant pour image l'expression* (5), *tandis qu'à l'origine* $x = 0$ *on ferait agir simultanément la d. d. p.* $F(t) \doteqdot f(p)$.

Exemple. — Soit une ligne *pupinisée* de façon à réaliser la *condition d'Heaviside* : $rc = lg$, et ayant à son extrémité réceptrice une résistance non inductrice $R = \sqrt{l/c} = m$; lorsque l'on fait agir à l'origine, à partir de l'instant $t = 0$, une d. d. p. constante V_0, tout se passe comme si, à l'extrémité $x = x_1$, on faisait agir simultanément une d. d. p. $U(t)$ telle que

$$V_0 e^{-\gamma x_1} \doteqdot U(t).$$

Ici $\gamma = \sqrt{lc}\,[p + (r/l)]$, donc

$$U(t) = 0 \qquad \text{pour} \quad t < \frac{x_1}{\sqrt{lc}},$$

$$U(t) = V_0 e^{-r\sqrt{\frac{c}{l}}x_1} \qquad \text{pour} \quad t > \frac{x_1}{\sqrt{lc}}.$$

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Passage de l'intégrale des potentiels retardés aux formules de Liénard-Wiechert.* Note (¹) de M. **Émile Durand.**

Dans les traités classiques on utilise l'artifice de la sphère s'évanouissant à la vitesse de la lumière et apportant à son centre la contribution de toutes les

---

[1] Séance du 2 janvier 1946.

charges qu'elle rencontre (voir par exemple E. Becker, *Théorie des électrons*, trad. E. Labin, pp. 67-69).

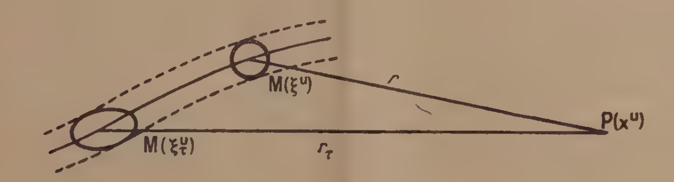
Nous allons donner ici une démonstration purement analytique, utilisant le théorème de Jacobi sur les changements de variables dans les intégrales définies; en outre, nous mettrons bien en évidence la différence de nature entre les grandeurs qui figurent dans l'intégrale et celles que l'on trouve dans les formules de Liénard-Wiechert.

Considérons un nuage d'électricité en mouvement, occupant à chaque instant un volume limité. D'après la théorie de Lorentz le potentiel-vecteur au point $P(x^u)$ $(u=1, 2, 3)$ et au temps t est donné par l'expression

$$(1) \qquad A^u = \iiint_{(\text{tube})} r^{-1}[\rho\beta^u]_\tau \, d\xi^1 \, d\xi^2 \, d\xi^3;$$

r, qui est égal à $\sqrt{(x^1-\xi^1)^2+(x^2-\xi^2)^2+(x^3-\xi^3)^2}$, est une fonction de 6 variables; $[\rho\beta^u]_\tau$ est une fonction des 7 variables ξ^u, x^u, t.

L'intégrale est étendue à tout le domaine, où l'on peut rencontrer de l'électricité depuis $t=-\infty$ jusqu'à $t=+\infty$, c'est-à-dire au tube en pointillés (voir la figure). Cela suppose que l'on s'est donné une répartition spatio-



temporelle de l'électricité dans ce tube qui corresponde bien à un volume limité en mouvement; ρ est une fonction discontinue, car à un instant t elle a une valeur finie à l'intérieur d'un certain volume et une valeur nulle à l'extérieur.

En fait à chaque instant, $\rho_{(\tau)}$ n'est différent de zéro qu'à l'intérieur du volume retardé, si le nuage peut être pris aussi petit qu'on le veut (quasi-ponctuel), r et β^u ont sensiblement la même valeur en tous ses points, et on peut les faire sortir de l'intégrale; mais r perd son caractère de fonction de 6 variables et devient une fonction de x^u et t; son expression sera

$$r=\sqrt{(x^1-\xi^1_\tau)^2+(x^2-\xi^2_\tau)^2+(x^3-\xi^3_\tau)^2};$$

de même β^u perdra son caractère de fonction à 7 variables et deviendra une fonction de τ, donc de x^u et t; sous l'intégrale il reste alors ρ_τ qui, à l'instant considéré, n'indique plus la répartition dans tout le tube, mais la répartition spatiale dans le nuage retardé; en définitive l'équation (1) peut s'écrire

$$(2) \qquad A^u=[r^{-1}\beta^u]_\tau \iiint_{(\text{vol. ret.})} \rho(\xi^1_\tau, \xi^2_\tau, \xi^3_\tau)\, d\xi^1_\tau \, d\xi^2_\tau \, d\xi^3_\tau.$$

D'après le théorème relatif aux changements de variables on a

$$(3)\qquad \iiint \rho(\xi_\tau^1, \xi_\tau^2, \xi_\tau^3)\, d\xi_\tau^1\, d\xi_\tau^2\, d\xi_\tau^3 = \iiint \rho(\xi^1, \xi^2, \xi^3) \frac{D(\xi_\tau^1, \xi_\tau^2, \xi_\tau^3)}{D(\xi^1, \xi^2, \xi^3)}\, d\xi^1\, d\xi^2\, d\xi^3.$$

Il faut donc calculer le jacobien de la transformation qui fait passer de la position actuelle à la position retardée (cette transformation dépend des coordonnées x^u du point P, qui sont bien déterminées, mais quelconques); dans une précédente Note ([2]) nous avons donné l'expression d'une fonction du temps retardé quand on se donne la fonction du temps actuel; dans le cas particulier des ξ^u notre formule s'écrit

$$(4)\qquad \xi_\tau^u = \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (\partial_4)^n [r^n \Delta \xi^u]$$

avec

$$\Delta = 1 + \partial_4 r = 1 - r^{-1} r_u \beta^u.$$

Partant de (4) le calcul conduit à l'expression

$$\frac{\partial \xi_\tau^u}{\partial \xi^v} = [\delta_{uv} + (r\Delta)^{-1} r_v \beta_u]_\tau.$$

Le jacobien a donc pour expression

$$\begin{vmatrix} [1+(r\Delta)^{-1} r_1\beta_1] & (r\Delta)^{-1} r_2\beta_1 & (r\Delta)^{-1} r_3\beta_1 \\ (r\Delta)^{-1} r_1\beta_2 & [1+(r\Delta)^{-1} r_2\beta_2] & (r\Delta)^{-1} r_3\beta_2 \\ (r\Delta)^{-1} r_1\beta_3 & (r\Delta)^{-1} r_2\beta_3 & [1+(r\Delta)^{-1} r_3\beta_3] \end{vmatrix}_\tau.$$

On trouve aisément qu'il est égal à $[\Delta^{-1}]_\tau$; pour les mêmes raisons que nous avons indiquées plus haut, on peut le faire sortir de l'intégrale dans (3); l'expression (2) devient alors

$$(5)\qquad A^u = [(r\Delta)^{-1}\beta^u]_\tau \iiint \rho(\xi^1, \xi^2, \xi^3)\, d\xi_1\, d\xi_2\, d\xi_3.$$

La dernière intégrale est la charge totale e du nuage; on a donc

$$A^u = e[(r\Delta)^{-1}\beta^u]_\tau.$$

On a ainsi obtenu la formule de Liénard-Wiechert; pour le potentiel scalaire A^4 le calcul est tout à fait analogue; on trouve

$$A^4 = e[(r\Delta)^{-1}]_\tau.$$

ÉLECTRICITÉ. — *Étude à l'oscillographe cathodique des courbes d'établissement d'un courant à travers une électrode à goutte de mercure.* Note ([1]) de **M. François Bon**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié, à l'oscillographe cathodique, les courbes d'établissement du courant avec le temps à l'électrode à goutte de mercure pendant le temps

([2]) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 349.

([1]) Séance du 21 janvier 1946.

que met une goutte à se former. Pour cela on dispose en série, avec l'électrode à goutte polarisée négativement un accumulateur, une résistance connue variable R aux bornes de laquelle est branché l'oscillographe qui fonctionne ainsi en ampèremètre. Les gouttes formées au sein d'une solution d'électrolyte sont recueillies dans une grande électrode de mercure impolarisable.

On a étudié la forme de la courbe d'établissement en fonction :

1° de la pression d'écoulement mesurée par la hauteur du mercure au-dessus de l'orifice du capillaire; cette pression doit rester inférieure à environ 30^{cm}, sinon il se produit des particularités que nous étudierons plus tard;

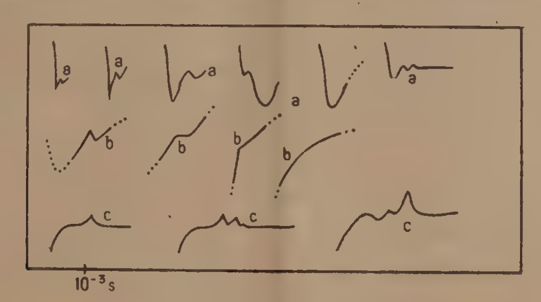
2° de la fréquence de chute des gouttes (2 à 40 gouttes en 10 sec);

3° de la résistance R (de 10^4 à 10^6 ohms);

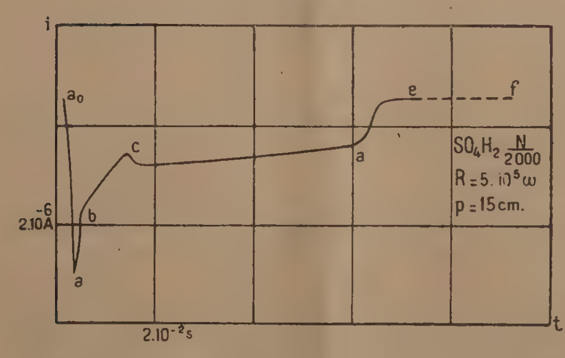
4° de la concentration de la solution (de N/10 à N/∞);

5° de sa nature (SO_4H_2, NO_3H, CLK, CLH etc.).

Dans tous les cas on met en évidence sur la courbe ci-dessous : un accident



Types d'accidents *a*, *b*, *c*.



Courbe d'établissement du courant en fonction du temps.

initial *a* (dents, court palier, point anguleux), une partie croissante *abc*, raccordée (par une, ou plusieurs dents *c*) à un semi-palier *cd* sensiblement rectiligne à pente faible; un deuxième palier terminal *ef* à pente très faible, raccordé au précédent par une courbe en *s* plus ou moins étirée.

1° L'accident initial *a* qui suit la chute verticale de l'intensité (due à l'accroissement considérable de la résistance quand la goutte se détache) semble dû à un phénomène d'inertie. Quand la goutte s'est détachée, la surface croît

légèrement pendant un temps très court, sous la poussée du mercure en mouvement; cet accroissement est suivi d'une diminution due à l'action capillaire, puis la surface s'accroît continuellement. Cet accident est atténué ou supprimé si l'on coude le capillaire en forme de U et si les gouttes sont très petites ou formées lentement.

Remarque. — Sur la partie raccordant le semi-palier *cd* à l'accident initial *a*, on peut voir un coude de la courbe *b*, qui pourrait être dû à la cessation de l'électrolyse. En effet, au début la tension P aux bornes de l'électrode à goutte est assez forte ($P > 1,5V$), puisque le courant étant petit, la chute ohmique due à R est petite; mais pour une valeur suffisamment grande de l'intensité, cette chute ohmique devient telle que la tension P aux bornes de l'électrode à goutte est incapable de maintenir l'électrolyse ($P < 1,5V$).

2° Le semi-palier *cd* s'explique ainsi : il y a une cause d'accroissement du courant qui est l'accroissement de la surface amenant une diminution de la résistance au contact mercure-solution; mais il y a simultanément une cause de diminution du courant due à l'adsorption par la surface de la goutte, des particules chargées produisant le courant. Tant que se fait cette adsorption, il y a sensiblement compensation entre la cause d'accroissement du courant et la cause de diminution.

La longueur de ce semi-palier d'adsorption décroît si la pression d'écoulement croît, si la fréquence de chute croît, si les gouttes restent de faible surface ou si R augmentant, la tension aux bornes de l'électrode à goutte diminue.

3° Le second palier correspond au fait que la goutte a atteint sensiblement sa surface maxima; en effet, quand la goutte est grosse, à une même masse de mercure écoulée, donc à un même intervalle de temps, correspond un plus faible accroissement de surface.

CHIMIE THÉORIQUE. — *Sur les états excités des molécules.*

Note (¹) de Mme **Alberte Pullman** et M. **Raymond Daudel**.

On admet couramment que, dans de nombreux cas, une molécule donnée doit se trouver dans un état particulier pour réagir d'une certaine façon. On qualifie généralement d'activé cet état particulier.

Le plus souvent la molécule est supposée pouvoir acquérir cet état sous l'influence d'une excitation soit thermique, soit lumineuse. Des phénomènes de polarisation peuvent, sans doute, être évoqués dans d'autres cas.

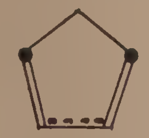
La méthode des diagrammes moléculaires permet d'étudier la structure du nuage électronique des molécules dans leurs états excités. Elle permet

(¹) Séance du 20 août 1945.

notamment de comprendre pourquoi les molécules dans ces états excités peuvent être particulièrement réactives, toute considération énergétique mise à part, c'est-à-dire pourquoi dans de nombreux cas

excitation = activation.

Les diagrammes du cyclopentadiène sont, par exemple, respectivement les suivants pour l'état fondamental et un état activé.


État fondamental.


État activé.

On voit que, sous l'influence de l'excitation, le nuage électronique s'est rejeté vers les sommets actifs, augmentant ainsi leur réactivité chimique. Ce phénomène semble général. On pourra sans doute l'évoquer pour interpréter certaines réactions photochimiques.

Il donne de plus une raison d'être supplémentaire à la croissance de la vitesse des réactions chimiques avec la température.

ANALYSE CHIMIQUE. — *Électrotitrage différentiel.*
Note de M. **Michel Kantzer**, transmise par M. Paul Pascal.

Le remplacement du montage classique de Kohlrausch, en simple pont conductimétrique de Wheatstone, par un montage différentiel a été préconisé par M. Clément Duval ([1]).

Deux des branches du pont sont représentées par un fil calibré, tendu sur une règle graduée, qu'un curseur divise en deux tronçons variables. Les deux autres branches comportent chacune un vase à titrer, à électrodes de platine. Les vases reçoivent alternativement des volumes égaux de réactif titré, l'un d'eux étant en avance d'une quantité fixe de réactif. Pour chaque vase on note la position du curseur en fonction du volume ajouté. On construit ainsi deux courbes qui, d'après M. Duval, se coupent au point exact de dosage.

La conductivité électrique de chaque vase varie en raison inverse de la quantité de réactif ajouté (droites de Kohlrausch), avec des pentes différentes avant et après le point de dosage. Dans la méthode classique, on n'a qu'un seul vase pour lequel on construit les deux demi-droites dont l'intersection donne le point de dosage. La méthode de Duval, dans l'esprit de son auteur, évite ces calculs et le tracé des droites. Malheureusement elle est loin d'être générale et conduit souvent à des échecs.

([1]) C. et R. Duval, *Comptes rendus*, 203, 1237, p. 1937.

Nous avons cherché à préciser le sens physique du point de Duval et à déterminer les conditions de validité de sa méthode. Soit $1/U_d = ax + b$ la relation mathématique, que nous avons toujours vérifiée dans nos expériences, entre la résistance U_d du vase de droite et la quantité x de réactif ajouté. Soit $1/U_g = cx + d$ celle qui est valable pour le vase de gauche (a et c d'une part, b et d d'autre part, qui sont les coefficients des droites de Kohlrausch, ne sont pas identiques car les vases ne le sont jamais). Soit ε l'avance de réactif, constante de la gauche sur la droite, et soit α la position du curseur sur la longueur totale l de la règle; on trouve que les équations des deux courbes de Duval, valables jusqu'au point de dosage, sont

$$\alpha_1 = 1 \frac{Ax + b}{x(a + c) + b + d + c\varepsilon} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = 1 \frac{ax + b}{x(a + c) + b + d + 2c\varepsilon}.$$

Les courbes de Duval, après le point de dosage, ont des équations analogues.

On voit que des courbes suivant ces équations ne peuvent pas se couper.

Si les courbes expérimentales de Duval se coupent effectivement, elles ne peuvent le faire que dans une région où les conductivités ne sont pas linéaires, c'est-à-dire dans la région du raccordement des demi-droites de Kohlrausch, donc également aux environs du point de dosage. En dehors de ce point, elles suivent bien nos courbes théoriques. L'expérience a abondamment montré que, si les droites de Kohlrausch ne sont pas parfaites jusqu'au point anguleux, celui-ci peut être obtenu avec une très bonne approximation par extrapolation des points lointains.

Au contraire, dans la méthode de Duval on est directement tributaire de ce qui se passe au moment du dosage ([2]).

Nos expériences montrent que, aussi bien dans des neutralisations que dans des réactions par précipitation, on peut réduire la zone de raccordement et localiser correctement le point de Duval en agissant sur le pH du milieu. Pour que la méthode s'applique, le milieu où se passe la réaction doit être tamponné méticuleusement pour la valeur exacte que doit avoir le pH au point de dosage. Or ce résultat ne peut être atteint à coup sûr que si l'on connaît la composition totale du milieu et la méthode ne peut être utilisée dans une analyse rapide sans séparation préliminaire.

La méthode reprend tous les avantages signalés par son auteur dans le cas suivant, important pour l'industrie : Contrôle des éléments chimiques d'un produit dont le fabricant espère maintenir la composition constante. La méthode ayant été adaptée à ce cas, on pourra mettre en évidence un changement accidentel de composition. Nous l'utilisons avec un appareil dont l'étude sera prochainement publiée ailleurs.

([2]) Cf. Kolthoff, *Säure Basen Indikatoren*, Berlin, 1932.

CHIMIE MINÉRALE. — *Vitesse d'attaque des muscovites par l'acide fluorhydrique.* Note de M. **Robert Delavault.**

La méthode précédemment décrite[1] pour mesurer les vitesses d'attaque a été appliquée à un grand nombre de muscovites de provenances diverses. Elle avait été établie en prenant les spécimens qui donnaient les résultats les plus différents à l'essai qualitatif. En ne se basant plus pour les choisir que sur la possibilité de les avoir de taille suffisante, de l'ordre du centimètre carré, les résultats concordent mieux. La vitesse d'élargissement de la figure de corrosion, en μ par minute, est 16 fois sur 30 comprise entre 18 et 23; tous les autres nombres, sauf 6, étant entre 16 et 27. Je n'ai encore pu déterminer la périodicité exacte de la structure de ces muscovites à la chambre de Weissenberg, pour la comparer avec la vitesse d'attaque. Il s'agit bien d'une propriété chimique du réseau, car des lames en mauvais état apparent, recouvertes de dépôts d'oxyde de fer et semblant désagrégées par la corrosion naturelle, ont donné les mêmes résultats que de très beaux échantillons, bien que subissant une désagrégation beaucoup plus forte. La corrosion naturelle respecterait donc le réseau de la muscovite et se porterait surtout sur la biotite et les autres minéraux associés. Jusqu'à quel point la présence de biotite, beaucoup plus attaquable par l'acide fluorhydrique, influerait-elle sur les propriétés chimiques? Lorsque la biotite est associée à la muscovite en quantité notable, on peut observer sa transformation en squelette alumino-siliceux, qui devient blanchâtre et translucide au cours de la dessiccation ultérieure. Mais la présence, même en association très intime, de biotite ou d'autres inclusions ferrugineuses dans la muscovite, ne change pas sensiblement la vitesse d'attaque; on pourrait cependant supposer que la muscovite est saturée de fer, et possède donc en partie la faiblesse chimique de la biotite. Si un tel effet existe, il est certainement très réduit. De toutes les muscovites étudiées, seule la muscovite ferrugineuse vert bouteille de Babuna (Yougoslavie) semblerait contenir du fer dans son réseau. Mais si elle donne des chiffres doubles de la normale, et parfois plus forts encore, pour l'attaque fluorhydrique, elle ne possède en aucune proportion la grande résistance des biotites à l'attaque alcaline, et donne, avec la soude et la potasse caustiques, fondues les mêmes chiffres que les autres muscovites. Cette dernière observation montre en outre qu'il ne s'agit pas d'une structure imparfaite ou lacunaire.

Il était intéressant de voir comment variait la vitesse d'attaque avec la composition du réactif. Quatre muscovites très différentes ont été simultanément soumises aux mêmes attaques. L'acide fluorhydrique à 40 % du commerce a été dilué à la moitié, au quart et au dixième; on l'a additionné de

---

(1) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 673.

fluorure de potassium pour l'amener à former les fluorures complexes 4 FH, FK et 2 FH, FK respectivement, ou plus exactement des mélanges de composition globale correspondant à ces formules. Toutes ces expériences ont été faites à 100°. L'acide concentré a été employé à 120°, sa température d'ébullition, à 100° et 76°.

La muscovite d'Ambodifiakarana (Madagascar) est claire, sans inclusions importantes; celle de Villeneuve (Ontario, Canada), légèrement verdâtre, renferme de très nombreuses inclusions d'oxydes de fer et de manganèse; celle de La Mama (Sibérie), claire, légèrement déformée, est très désagrégée par l'attaque; on a parlé plus haut de celle de Babuna.

Les figures de corrosion varient très légèrement de forme avec la composition du réactif, mais les proportions sont très voisines ([2]) et l'on peut les considérer en première approximation comme équivalentes.

Les vitesses d'attaque, exprimant en μ par minute l'élargissement de corrosion, sont les suivantes :

	100°, solutions fluorhydriques diverses.						Acide concentré.		
	Ac. conc.	1/2.	1/4.	1/10.	4 FH, FK.	2 FH, FK.	120°.	100°.	76°.
Ambodifiakarana	12	2,5	1,2	0,4	0,9	0,2	16	12	3
Villeneuve	11	2,5	1,3	0,4	0,7	0,16	19	11	2
La Mama	12	3	1,1	0,4	–	0,12	29	12	2,6
Babuna	20	6	2,2	0,7	2	0,3	48	20	4

L'influence de la température ne suit pas tout à fait les lois de van't Hoff. C'est donc qu'un phénomène d'équilibre chimique dans le réactif y modifie la concentration des molécules actives. On sait que les ions H^+ n'agissent pas, puisque l'acide chlorhydrique concentré est pratiquement sans action. Comme la vitesse d'attaque par l'acide dilué baisse beaucoup plus rapidement que la teneur en ions F^-, bien qu'un très grand excès de réactif reste toujours présent, il faut penser que l'agent actif est la molécule FH. Ceci est confirmé par l'addition de fluorure de potassium à l'acide concentré. Étant donnée la haute complexité du système, il serait illusoire de donner une interprétation exacte, mais l'examen des résultats montre que le trifluorure 2 FH, FK ne doit guère agir que par ses produits de dissociation, et que l'acide fluorhydrique doit être bloqué au voisinage de la proportion 3 FH, FK, puisque 4 FH, FK a la même action à peu près que l'acide au quart.

CHIMIE MINÉRALE. — *Combinaisons avec l'acide acétique, de l'acétate et du chlorure de cuivre.* Note ([1]) de Mlle **Marinette Gerbault**, transmise par M. Paul Pascal.

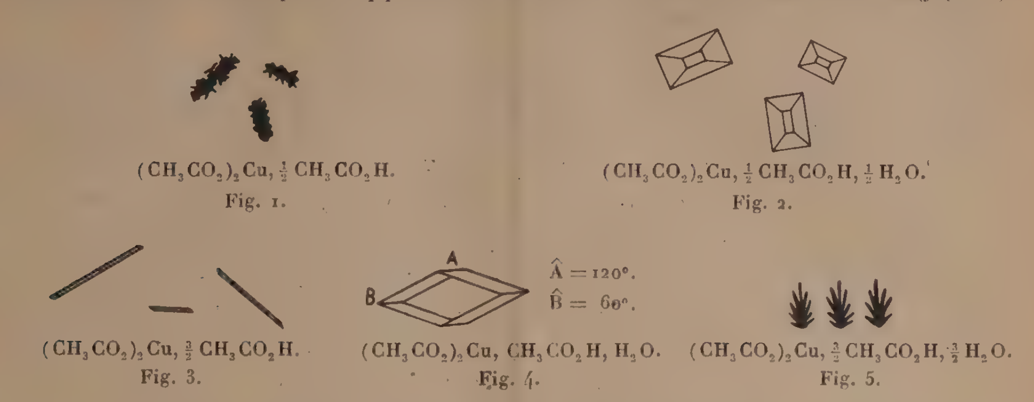
1. *Acétate de cuivre à 1/2 molécule d'acide acétique* $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\ CH_3CO_2H$. — A l'anhydride acétique bouillant (138°) on ajoute en plusieurs

---

([2]) *Comptes rendus*, 218, 1944, p. 158.

([1]) Séance du 14 janvier 1946.

portions l'acétate de cuivre à $1 H_2O$; après ébullition et séchage dans le vide, on recueille un sel gris vert $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\ CH_3CO_2H$ à 0,6 % près. Examiné au microscope, il apparaît sous la forme de filaments chevelus (*fig.* 1).



$(CH_3CO_2)_2Cu$, $\frac{1}{2}\ CH_3CO_2H$.
Fig. 1.

$(CH_3CO_2)_2Cu$, $\frac{1}{2}\ CH_3CO_2H$, $\frac{1}{2}\ H_2O$.
Fig. 2.

$(CH_3CO_2)_2Cu$, $\frac{3}{2}\ CH_3CO_2H$.
Fig. 3.

$(CH_3CO_2)_2Cu$, CH_3CO_2H, H_2O.
Fig. 4.

$(CH_3CO_2)_2Cu$, $\frac{3}{2}\ CH_3CO_2H$, $\frac{3}{2}\ H_2O$.
Fig. 5.

A froid il est peu soluble dans l'eau; la solution donne, par ébullition prolongée, un précipité brun, de formule $8CuO$, H_2O; évaporée à 50° elle laisse déposer des cristaux de $(CH_3CO_2)_2Cu$, H_2O; mais la transformation en acétate hydraté n'est pas instantanée, car, si l'on ajoute un excès d'alcool avant l'évaporation, on obtient des cristaux en forme de troncs de prisme (*fig.* 2) de formule $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1/2\ CH_3CO_2H$, $1/2\ H_2O$ à 0,3 % près. L'acétate de cuivre à $1/2\ CH_3CO_2H$, abandonné en atmosphère saturée d'humidité, se transforme lentement en acétate de cuivre à $1 H_2O$. Il est légèrement soluble dans l'alcool, l'éther, l'acide acétique.

2. *Acétate de cuivre à 3/2 molécules d'acide acétique* $(CH_3CO_2)_2Cu$, $3/2\ CH_3CO_2H$, obtenu, par l'anhydride acétique sur l'acétate de cuivre à $1\ H_2O$, en chauffant, d'abord à 60°, puis progressivement jusqu'à 100° dans le vide. Il est bleu vert cristallisé en baguettes (*fig.* 3). Sa formule est $(CH_3CO_2)_2Cu$, $3/2\ CH_3CO_2H$ à 0,8 % près. Il est soluble dans l'éther et l'acide acétique d'où il peut recristalliser, tandis que, dans l'alcool absolu, il se transforme en acétate à $1/2\ CH_3CO_2H$. Il est soluble dans l'eau froide; la solution est décomposée par ébullition prolongée en donnant le même précipité brun que dans le cas précédent. La solution saturée, évaporée à 50°, donne des cristaux de $(CH_3CO_2)_2Cu$, $1\ CH_3CO_2H$, $1\ H_2O$ (*fig.* 4), corps déjà signalé par K. Sandved [2]; ce dernier acétate, en atmosphère humide, perd une molécule d'acide acétique au bout de 8 jours. L'évaporation d'une solution aqueuse d'acétate à $3/2\ CH.\ CO_2H$, en présence d'un excès d'alcool, laisse cristalliser, en fines aiguilles groupées, l'acétate à $3/2\ CH_3CO_2H$, $3/2\ H_2O$ (*fig.* 5). L'humidité transforme en 15 jours l'acétate de cuivre à $3/2\ CH_3CO_2H$ en acétate neutre à $1\ H_2O$.

3. *Acétate de cuivre à 1 molécule d'acide acétique* $(CH_3CO_2)_2Cu$.

(2) *Chem. Soc.*, **131**, XII, 1927, pp. 2969-2975.

CH_3CO_2H. — Cet acétate a été signalé par W. Davidson, E. Griswold ([3]) et K. Sandved ([2]). Je l'ai retrouvé en faisant agir l'anhydride acétique, sur l'acétate de cuivre à 1 H_2O à 80°, sur le carbonate et l'hydroxyde de cuivre. Il est bleu vert, plus clair que l'acétate de cuivre à 3/2 CH_3CO_2H.

La formation de ces trois acétates acides $(CH_3CO_2)_2Cu$, 1/2 CH_3CO_2H, $(CH_3CO_2)_2Cu$, CH_3CO_2H; $(CH_3CO_2)_2Cu$, 3/2 CH_3CO_2H dépend de la température. En effet, en chauffant l'acétate à 3/2 CH_3CO_2H progressivement dans un excès d'anhydride acétique on retrouve la série des trois acétates.

4. *Chlorure de cuivre à 1/2 molécule d'acide acétique* Cl_2Cu, 1/2 CH_3CO_2H. — Obtenu par chauffage au bain-marie à 84°, pendant 4 heures, d'un excès d'anhydride acétique sur le chlorure de cuivre à 2 H_2O. Il cristallise en aiguilles brun noir de formule Cl_2Cu, 1/2 CH_3CO_2H avec une précision d'environ 0,3 %. Ce chlorure est soluble dans l'eau, où il se transforme en Cl_2Cu, 2 H_2O; de même qu'en atmosphère humide, ou en faisant évaporer la solution à l'étuve (50°) après addition d'un grand excès d'alcool.

En solution dans l'alcool absolu, le chlorure de cuivre à 1/2 CH_3CO_2H se transforme en aiguilles soyeuses bleues pâles Cl_2Cu, 1/4 $CH_3CO_2C_2H_5$ à 0,8 % près. Avec l'éther, il forme Cl_2Cu, 1/2 $(C_2H_5)_2O$ dont la formule est connue à 0,8 % près. Avec l'acide chlorhydrique, il y a formation d'un cupritétrachlorure. Le chlorure de cuivre à 1/2 CH_3CO_2H perd cette demi-molécule d'acide acétique et laisse le chlorure de cuivre anhydre, quand il est en solution dans l'acide acétique.

J'ai retrouvé ce même chlorure, par action du chlorure d'acétyle en excès sur le chlorure de cuivre à 2 H_2O. Mais l'on n'obtient que le chlorure de cuivre anhydre, en faisant agir le chlorure d'acétyle sur l'acétate de cuivre à 1 H_2O ou sur l'hydroxyde de cuivre, à l'abri de l'air.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les esters cétoparaconiques. Les esters chloro- et bromo-alcoyl-cétoparaconiques.* Note ([1]) de MM. **Henry Gault** et **Lucien Érichomovitch**, présentée par M. Marcel Delépine.

Le mode de préparation des esters cétoparaconiques, par condensation des aldéhydes avec l'énolate de potassium de l'esther oxalacétique ([2]) ([3]) est applicable à l'obtention des esters alcoylcétoparoconiques halogénés dans la chaîne latérale. Il suffit, les conditions opératoires étant sensiblement identiques, de substituer aux aldéhydes acycliques ou aromatiques, des aldéhydes acycliques renfermant un ou plusieurs atomes d'halogène dans la chaîne alcoylée latérale.

([3]) *Ann. Chem, Soc.*, **53**, IV, 1931, pp. 1341-1349.

([1]) Séance du 10 septembre 1945.

([2]) J. Gault et R. Durand, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 848.

([3]) H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, **222**, 1945, p. 86.

C'est ainsi qu'en mettant en œuvre le chloral, le monochloracétaldéhyde et l'aldéhyde dibromo-2.3 propionique, nous avons pu préparer les esters alcoyl-cétoparaconiques correspondants, halogénés dans la chaîne latérale :

$$\begin{array}{ccc} HO-C{=\!=\!=}C-COOC_2H_5 & HO-C{=\!=\!=}C-COOC_2H_5 & HO-C{=\!=\!=}C-COOC_2H_5 \\ OC \diagdown \quad \diagup CH-CCl_3 & OC \diagdown \quad \diagup CH-CH_2Cl & OC \diagdown \quad \diagup CH-CH(Br)-CH_2Br \\ O & O & O \\ (I) & (II) & (III) \end{array}$$

Ester trichlorométhyl-cétoparaconique (I). — Cet ester se forme par condensation du chloral avec l'énolate de potassium de l'ester oxalacétique, avec un rendement de 85 %. Il est solide et fond à 116° après recristallisation dans l'alcool. Il jouit, d'autre part, de propriétés acides caractéristiques et donne avec le chlorure ferrique la coloration des esters β-cétoniques.

Ester chlorométhyl-cétoparaconique (II). — Il s'obtient par condensation de l'aldéhyde monochloracétique avec l'énolate oxalacétique potassé, sous forme d'une huile acide, à caractère énolique, indistillable sans décomposition. Il donne avec la phénylhydrazine un phénylhydrazone fondant à 140°.

Ester dibromoéthyl-cétoparaconique (III). — La condensation de l'aldéhyde dibromo-2.3 propionique, préparée à partir de l'acroléine, avec l'énolate de potassium de l'ester oxalacétique, conduit à l'ester dibromé correspondant, huile indistillable sans décomposition, possédant les mêmes propriétés acides et donnant avec le chlorure ferrique la même coloration que les esters β-cétoniques.

Ces esters peuvent être facilement bromés dans le cycle lactonique et voici les résultats que nous avons obtenus avec l'ester trichlorométhyl-cétoparaconique (I).

Ester trichlorométhyl-bromo-cétoparaconique (IV). — Le brome se fixe directement, à la température ordinaire, sur l'ester trichlorométhyl-cétoparaconique, en milieu aqueux, dans les mêmes conditions que celles qui ont été décrites pour la préparation de l'ester phénylbromo-cétoparaconique ([4]).

L'ester bromé obtenu (rendement 66 %) est liquide et distille à 130° sous 25^{mm}. Il est neutre et ne donne plus aucune coloration avec le chlorure ferrique, ce qui fixe la position du brome dans la molécule

$$\begin{array}{c} Br \\ OC{-\!-\!-}C-COOC_2H_5 \\ OC \diagdown \quad \diagup CH-CCl_3 \\ O \\ (IV) \end{array}$$

Nous étudions l'action des agents d'hydrolyse sur les dérivés bromés des esters (I), (II) et (III).

([4]) H. Gault et J. Suprin, *Comptes rendus*, 222, 1945, p. 185.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherches sur la flore anaérobie des boues méthanogènes naturelles.* Note ([1]) de M. **André-Romain Prévot**, présentée par M. Joseph Magrou.

Depuis les travaux de Barker ([2]) on admet que le méthane peut naître au cours de la fermentation anaérobie de nombreux substrats quand on maintient le pH du milieu neutre ou alcalin (7 à 7,6); le mécanisme de cette production consiste en une réduction de CO_2 par H_2 naissant venant des anaérobies du type *Sarcina methanica.*

Ayant eu l'occasion d'analyser, en mars 1945, un échantillon de boues activées prélevé au moment de la fermentation méthanique à l'usine de Colombes ([3]), j'y avais constaté la présence exclusive et extrêmement abondante de *Cl. bifermentans* et l'absence totale de *Sarcina methanica.* Ce fait venait renforcer une hypothèse que j'avais été amené à faire à l'occasion d'analyses de boues naturellement méthanogènes : les anaérobies gazogènes banaux du sol pourraient, dans certaines conditions, provoquer la fermentation méthanique. En effet, cinq prélèvements faits en 1942 (Vieil Étang de Saint-Leu-la-Forêt, mares du Bois de Boulogne, ruisseau stagnant à Gretz, mare à Chalot du Bois de Verrières) m'avaient montré l'abondance, dans les boues méthanogènes, de *W. perfringens*, *Cl. sporogenes*, *Cl. bifermentans*, *Cl. butyricum* et la présence de deux espèces nouvelles, *Inflabilis setiensis* et *Cl. corallinum* ([4]). J'ai poursuivi ces recherches en juillet 1945 sur dix prélèvements faits dans les étangs et rivières méthanogènes de la région de Douai, où, en été, le dégagement de gaz des marais est permanent et abondant.

Voici le résultat de ces analyses ([5]) :

Scarpe (en amont de Courchelettes), *W. perfringens.*
» (écluse de Lambres), *Cl. sporogenes, Eub. tortuosum.*
» (quai Danton), *W. perfringens.*
» (écluse de Douai), *Inflabilis indolicus, Inflabilis plagarum.*
Étang de Palluel (rive Nord), *Cl. sporogenes, Cl. bifermentans, Pl. virens* ([6]).
» » (rive Est), *W. perfringens. Cl. sporogenes.*
» » (rive Sud), *W. perfringens. Cl. mitelmani.*
Marais de Sin-le-Noble (rive Est), *W. perfringens. Cl. valerianicum.*
» » (rive Ouest), *W. perfringens, Cl. septicum.*
Ruisseau le Godion (Sin-le-Noble), *Inflabilis teras.*

([1]) Séance du 21 janvier 1946.
([2]) *Arch. f. Mikrob.*, 7, 1936, p. 404.
([3]) Échantillon que m'ont aimablement adressé MM. Lemoigne et Appert.
([4]) Prévot et Raynaud, *Ann. Inst. Pasteur*, 70, 1944, pp. 118 et 182.
([5]) Réalisées avec la collaboration de Mlle J. Zimmès.
([6]) A.-R. Prévot, *Bull. Soc. Franç. de Microb.*, déc. 1945.

Ainsi, sur l'ensemble des 16 analyses, j'ai trouvé 26 souches anaérobies gazogènes, dont 7 de *W. perfringens*, 5 de *Cl. sporogenes* et 3 de *Cl. bifermentans*, qui sont les plus gazogènes connues. Or, récemment, Laigret [7] a publié les résultats de recherches sur le même sujet; ce savant, en plaçant *W. perfringens* dans les conditions de la fermentation méthanique (voir Ch. Berthelot, *La Nature*, 1941, p. 10), c'est-à-dire en milieu alcalinisé par un formiate de sodium ou de calcium, baryum ou ammonium, en présence d'un catalyseur (l'iode), a réussi à dévier la fermentation décarboxylante-déshydrogénante normale en fermentation méthanique à haut rendement (80 %). Ce fait de toute première importance et absolument nouveau est de nature à changer les conceptions classiques sur la fermentation méthanique. Le mécanisme de décarboxylation et désamination simultanée par réduction suivant la formule

$$R.CH{-}NH_2{-}CO_2H+H_2 = R.CH_3+NH_3+CO_2$$

reprend toute sa valeur et montre que le processus de réduction de CO_2 par H_2 n'est pas le seul mode de production bactérienne du méthane.

En résumé, les recherches relatées ci-dessus sur les boues naturellement méthanogènes montrent que *W. perfringens*, qui y existe fréquemment et abondamment, peut être à la base de la production du gaz des marais, mais pourrait bien ne pas être le seul à réaliser cette fermentation, puisque *Cl. sporogenes* et *Cl. bifermentans* y sont aussi très fréquents et très abondants. Ces faits pourraient avoir une importance pratique. Industriellement, *W. perfringens* ne peut pas être utilisé à cause de son haut pouvoir pathogène pour l'Homme et les animaux. Au contraire *Cl. bifermentans* est absolument inoffensif et pourrait être utilisé.

CHIMIE BACTÉRIENNE. — *Extraction et purification de l'endo-subtilysine.* Note [1] de MM. **Louis de Saint-Rat** et **Henri-R. Olivier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons précédemment montré que le *B. subtilis* possédait des propriétés bactériolytiques à l'égard de divers microbes pathogènes *B. coli* [2], Staphylocoque doré, B. d'Eberth, ainsi que du B. de Koch, souche homogène Arloing, Courmont [3].

Cette action est due à une substance à la fois bactériostatique, bactéricide et bactériolytique dont l'existence a été signalée simultanément

(7) *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 359.

(1) Séance du 14 janvier 1946.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, 12 mai 1945; *Bull. Ac. Méd.*, **129**, 1945, p. 358.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, 21 juillet 1945; *Journ. des Praticiens*, **24**, 1945, p. 187.

en France, par G. Ramon et ses collaborateurs ([4]), par M. Vallée ([5]) et nous-mêmes avec P. Bonèt-Maury et Blanchon; aux U. S. A. par Anthony Salle ([6]) qui, comme nous, a observé l'action de la subtiline sur le bacille tuberculeux. Vallée isole, sous le nom de subtilysine, par précipitation calcique du milieu de culture à l'époque de la lyse, un principe actif.

Le présent travail décrit une méthode d'extraction et de purification du principe actif contenu dans les corps microbiens, que nous appelons endo-subtilysine.

Les voiles muqueux de *subtilis*, récoltés à la 35ᵉ heure de leur développement, sont lavés à l'eau et centrifugés, puis broyés soigneusement avec leur poids de sable. Le broyage et l'agitation sont poursuivis pendant 3 heures en présence de 5 fois leur poids d'alcool à 95° à pH 3.

On obtient un extrait alcoolique fortement coloré dont on sépare les cellules bactériennes et le sable, par centrifugation ou filtration au Buchner. L'extraction de l'endo-subtilysine de sa solution alcoolique s'effectue commodément par la méthode de partage : à 100$^{cm^3}$ de solution alcoolique on ajoute 40$^{cm^3}$ de chloroforme, puis 60$^{cm^3}$ d'eau salée à demi-saturation. Le chloroforme se sépare en entraînant en solution l'endo-subtilysine et certaines impuretés, notamment de la matière colorante. L'endo-subtilysine est purifiée par extraction à la soude N/10. Après 5 à 6 extractions, la totalité du principe actif passe en solution à l'état de sel de sodium. La solution finale a généralement un pH compris entre 8 et 9.

Cette solution, encore fortement colorée, est purifiée et concentrée par une seconde extraction chloroformique à pH 3. Les liqueurs chloroformiques qui sont déjà beaucoup moins colorées, sont additionnées de 3 fois leur volume d'éther de pétrole léger. Cette addition provoque la séparation de quelques centimètres cubes de solution aqueuse fortement colorée, faiblement acide et riche en endo-subtilysine. Après séparation de cette première fraction, le mélange éthéro-pétrolique est soumis à des extractions successives avec des quantités limitées de solution de soude N/10, de manière que le volume final de solution alcaline d'endo-subtilysine corresponde au 1/10 du poids des corps microbiens traités.

La solution alcaline concentrée est ramenée à pH 7. Pour nous rendre compte de la localisation de la substance active, nous avons appliqué cette méthode aux spores de *B. subtilis*, aux formes libres poussant en profondeur, au voile en voie de lyse et au voile muqueux jeune avant tout début de lyse.

L'activité des extraits a été déterminée par la méthode des dilutions,

---

([4]) *Bull. Ac. Méd.*, **129**, 1945, p. 277.
([5]) *Rec. de Méd. vét. École d'Alfort*, **121**, 1945, p. 273.
([6]) A.-J. Salle et Gregory J. Jann, *Proc. Soc. Exp. Biol.*, 1945, p. 60.

sur une culture de staphylocoque (souche Londres) à une concentration de 10^7.

La teneur en endo-subtilysine est surtout élevée dans la culture jeune; dès que la lyse commence l'endo-subtilysine disparaît des corps microbiens. Les spores n'en contiennent pas, ainsi que les formes libres.

La méthode ci-dessus décrite permet d'extraire commodément une endo-subtilysine purifiée; utilisable pour des essais thérapeutiques expérimentaux, les préparations ont une activité constante et sont suffisamment stables. Conservées au froid, elles ne perdent que très lentement leurs propriétés.

Nous avons précédemment signalé avec P. Corvazier [7] le résultat de nos essais sur le staphylocoque doré, qui montrent que la solution sodique d'endo-subtilysine est active entre le 1/200 et 1/500.

L'endo-subtilysine est stable à 60° et supporte trois tyndallisations consécutives à cette température.

Elle n'est pas toxique; en injection intraveineuse chez le Lapin, à la dose de 3^{cm^3}, elle ne provoque aucune réaction; en injection intramusculaire on n'observe aucune irritation locale. Chez l'Homme elle est bien supportée en injections intraveineuses, intramusculaires et intrarachidiennes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés γ-disubstitués de l'acide tétronique.*

Note de M. **Jean Lecocq**, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans cette Note nous décrivons quatre acides tétroniques γ-disubstitués (I) à (IV) :

$$\underset{\text{(I)}}{\begin{array}{c} O—C{=}O \\ \begin{matrix}C_6H_5 \\ C_6H_5\end{matrix}{>}C \quad C—H \\ C \\ | \\ OH \end{array}} \qquad \underset{\text{(II)}}{\begin{array}{c} O—C{=}O \\ \begin{matrix}C_6H_5 \\ C_2H_5\end{matrix}{>}C \quad C—H \\ C \\ | \\ OH \end{array}} \qquad \underset{\text{(III)}}{\begin{array}{c} O—C{=}O \\ \begin{matrix}C_3H_7 \\ C_3H_7\end{matrix}{>}C \quad CH \\ C \\ | \\ OH \end{array}} \qquad \underset{\text{(IV)}}{\begin{array}{c} O—C{=}O \\ \begin{matrix}C_6H_5 \\ C_2H_5\end{matrix}{>}C \quad C—H \\ C \\ | \\ OH \end{array}}$$

On pouvait espérer que de tels composés posséderaient des propriétés narcotiques. En effet, leurs formules ressemblent étroitement à celles de la diphénylhydantoïne (V) ou de la dipropyloxazolidine-dione (VI), corps de propriétés

$$\underset{\text{(V)}}{\begin{array}{c} NH—C{=}O \\ \begin{matrix}C_6H_5 \\ C_6H_5\end{matrix}{>}C \quad N \\ C \\ | \\ OH \end{array}} \qquad \underset{\text{(VI)}}{\begin{array}{c} O—C{=}O \\ \begin{matrix}C_3H_7 \\ C_3H_7\end{matrix}{>}C \quad N \\ C \\ | \\ OH \end{array}}$$

---

[7] *C. R. Soc. Biol.*, 24 nov. 1945.

pharmacodynamiques bien précisées. Comme nos composés se sont montrés inactifs, l'hypothèse d'Erlenmeyer (1), selon laquelle le pouvoir anesthésique est lié à l'enchaînement $-\!\!>\!C\!-\!C(OH)\!=\!N\!-$ dans un hétérocycle se trouve justifiée.

Les composés (I) à (IV) ont été préparés par condensation des halogénures d'acides α-halogénés disubstitués avec le malonate d'éthyle monosodé, suivie de de la saponification des esters carboxyliques formés, selon la méthode de Benary (2) et (3).

$$R'R''C(X)-C(=O)-X + Na-CH(COOC_2H_5)_2 \rightarrow R'R''C<\text{[cycle O—C(=O)—C(COOC}_2H_5\text{)=C(OH)]} + XC_2H_5 + XNa \xrightarrow{NaOH} R'R''C<\text{[cycle O—C(=O)—C(COOH)=C(OH)]}$$

Ester éthylique de l'acide γ-diphényl α-carboxytétronique, $C_{19}H_{16}O_5$. — Par condensation du chlorure de l'acide α-chlorodiphénylacétique (4) avec le malonate d'éthyle monosodé. Recristallisé dans l'alcool, F 136°.

Acide γ-diphényltétronique, $C_{16}H_{12}O_3$ (I). — Par saponification du précédent par la potasse alcoolique à 25 % pendant 12 heures. Recristallisé dans l'alcool méthylique, F 212°.

Acide γ-phényléthyltétronique, $C_{12}H_{12}O_3$ (II). — Le chlorure de l'acide phényléthylacétique est préparé par le chlorure de thionyle et rectifié. Puis l'on obtient le chlorure de l'acide α-bromophényléthylacétique par action du brome au bain-marie. Ce chlorure d'acide α-bromé est condensé sans autre purification avec le malonate d'éthyle monosodé et l'ester obtenu saponifié. L'acide γ-phényléthyltétronique recristallise de l'eau dans laquelle il est assez peu soluble en brillantes petites aiguilles blanches, F 129°. Coloration rouge avec le perchlorure de fer.

Acide γ-dipropyl (n)-tétronique, $C_{10}H_{16}O_3$ (III). — Par condensation du bromure de l'acide α-bromodipropylacétique avee le malonate d'éthyle monosodé suivie de saponification. Recristallisé dans l'eau en petites aiguilles blanches, F 130°. Trés soluble dans l'alcool méthylique et éthylique. Coloration rouge avec le perchlorure de fer. Monophénylhydrazone, F 194° (alcool dilué).

Acide γ-diéthyltétronique, $C_8H_{12}O_3$ (IV). — Par condensation du bromure de l'acide α-bromodiéthylacétique (5) avec le malonate d'éthyle monosodé, suivie de saponification. Recristallisé dans l'alcool éthylique à 50 %, F 98-101°. Très soluble dans l'alcool méthylique et éthylique. Coloration en rouge avec le perchlorure de fer.

Acide αα'-méthylnèe γγ'-tétraéthylbitétronique, $C_{17}H_{24}O_6$. — Par condensation du précédent avec le formol en solution aqueuse, F 198°. Peu soluble dans l'eau. Facilement soluble dans l'alcool.

---

(1) *Helv. Chem. Acta*, 22, 1939, p. 851.

(2) *Ber. d. chem. Ges.*, 40, 1907, p. 1079.

(3) *Ibid.*, 44, 1911, p. 1759.

(4) *Ibid.*, 22, 1889, p. 1538.

(5) *Ann. der Chemie*, 439, 1924, p. 141.

SÉISMOLOGIE. — *Le séisme du 27 novembre 1945 et l'hypothèse de Suess sur la cause du* Déluge. Note de M. **Jean-Pierre Rothé**, présentée par M. Charles Maurain.

Dans le premier Chapitre de son monumental Ouvrage *La face de la Terre*, Ed. Suess ([1]) a tenté une explication géologique du *Déluge*. En se basant sur un récit conservé sur des tablettes chaldéennes découvertes à Ninive et relatant les hauts faits du héros Izdubar, récit qui présente une frappante ressemblance avec la relation biblique, Suess a conclu que l'événement connu sous le nom de *Déluge* s'était produit sur le Bas-Euphrate et avait eu pour cause essentielle un violent tremblement de terre originaire du golfe Persique ou d'une région plus méridionale.

Cette hypothèse, que Suess a étayée de longs raisonnements, a été critiquée, en particulier par Sieberg ([2]), qui a fait remarquer qu'on ne connaissait pas de tremblements de terre importants originaires de cette région : un certain nombre d'épicentres de secousses peu violentes jalonnent les plissements iraniens en bordure Nord du golfe Persique; on connaît aussi quelques épicentres marins dans le golfe Persique et dans le golfe d'Oman, là où les chaînons les plus méridionaux de ces plissements disparaissent sous la mer; mais ces secousses n'ont jamais atteint une intensité permettant d'expliquer l'invasion momentanée de la plaine du Bas-Euphrate par la mer.

Or, le 27 novembre 1945, un très violent séisme, accompagné d'un raz-de-marée, s'est produit dans le golfe d'Oman, à l'entrée du golfe Persique.

Grâce aux travaux de l'école des séismologues de Pasadena (Gutenberg, Richter), on dispose maintenant d'une méthode qui permet d'évaluer l'énergie des séismes : d'après l'amplitude des ondes longues enregistrées dans les différents observatoires, on peut coter chaque séisme dans une échelle de *magnitude* : la magnitude du séisme du 27 novembre 1945 a été évaluée à 8 1/4 par le laboratoire de Pasadena. Chaque année 100 000 secousses au moins sont susceptiblrs d'être ressenties par l'homme, or, depuis quarante ans qu'on enregistre régulièrement les tremblements de terre, *douze* seulement ont eu une magnitude égale ou légèrement supérieure à celle attribuée au séisme de 1945. Son énergie, tout à fait du

([1]) *Das Antlitz der Erde*, traduction sous la direction de E. de Margerie, Tome I, Paris, 1921, pp. 25-95.

([2]) *Erdbebengeographie* (*Handbuch der Geophysik*, 4, Berlin, 1929, p. 803).

même ordre que celle du célèbre tremblement de terre de San Francisco (18 avril 1906), aux effets sur le terrain si remarquables, peut s'évaluer à 10^{26} ergs ([3]).

L'épicentre de ce séisme a été calculé par le Bureau international de Séismologie, à Strasbourg ([4]); par 25°,0 de latitude Nord et 62°,2 de longitude Est (Greenwich), il se place un peu au large de la côte du Bélouchistan dans la partie de la mer Arabique qui forme le golfe d'Oman et sur le prolongement des chaînes plissées qui limitent à l'Ouest la vallée de l'Indus (monts de Kirthar) et qui se retrouvent de l'autre côté du golfe, dans l'État d'Oman, à la pointe orientale de l'Arabie. C'est la première fois depuis que l'on fait des études de géographie séismologique qu'une secousse importante se produit dans cette région.

Il est intéressant de constater que ce séisme a provoqué un raz-de-marée destructeur, qui est signalé comme particulièrement violent sur la côte du Bélouchistan, à Pasni, mais qui a causé également des victimes à Karachi et jusqu'à Bombay, à près de 1500^{km} de l'épicentre ([5]). Il est donc probable que ce raz-de-marée s'est également fait sentir dans le golfe Persique : l'épicentre calculé est à mi-distance de l'embouchure de l'Euphrate et de la côte hindoue, au voisinage de Bombay.

La possibilité, démontrée par le séisme du 27 novembre 1945, de l'existence de foyers séismiques très violents en liaison avec les chaînons sous-marins des plissements iraniens et s'accompagnant de violents raz-de-marée, rend donc très plausible l'audacieuse hypothèse de Suess.

VOLCANOLOGIE. — *Phonolites à haüyne en Auvergne.*

Note de Mme **Élisabeth Jérémine.**

Le feldspathoïde caractéristique des phonolites n'est pas nécessairement la néphéline; celle-ci est parfois accompagnée ou remplacée par des minéraux du groupe haüyne-sodalite. Les phonolites à haüyne avec ou sans néphéline sont particulièrement fréquentes dans le Cantal entre Bort, Brock, Venzac, jusqu'aux sources de la Sumène (sur une longueur environ de 25^{km}) et dans les Puys du Velay : au Mézenc, au Mégal, à Araules, à Lardeyrol et à la Tortue. Les

---

([3]) B. Gutenberg et C. F. Richter, *Seismicity of the Earsh* (*Geological Society of America, special papers*, n° 34, 1941, 131 pages et *Seismicity of the Earth* (supplementary paper) (*Bulletin of the geological Society of America*, 56, 1945, pp. 603-668).

([4]) J. P. Rothé et E. Peterschmitt, *Bureau central séismologique international*, 1945, Bulletin d'échanges n° 1, Strasbourg, janvier 1946.

([5]) Anonyme, *Earthquake in the Arabian Sea* (*Nature*, 156, n° 3972, London, 1945; pp. 712-713).

phonolites du Cantal ont été décrites en détail par M. A. Lacroix (1) et celles du Velay par M. Boule (2).

Les plus beaux exemples des phonolites à phénocristaux d'haüyne ont été observés dans les puissantes coulées du Cantal entre le Bort et les sources de la Sumène. La phonolite de Bort a été étudiée récemment par M. J. Jung (3); on doit à Mlle Boisse de Black la découverte de celle des sources de la Sumène. A Brock, à Venzac, on rencontre des phonolites identiques (4). Les phonolites à haüyne sont beaucoup moins développées à Mont-Dore. On les connaît à la Banne d'Ordanche, à Lusclade, elles y sont très altérées. Les phonolites des Puys du Velay contiennent assez souvent de l'haüyne. Il est rare cependant qu'elle soit du premier temps de consolidation. Tel est le cas au Mézenc (à la maison forestière) où ce minéral forme des phénocristaux irréguliers avec des inclusions noires caractéristiques groupées en leur centre. Dans les autres gisements de cette région (La Tortue, le Mégal, Lardeyrol, Araules, Bellecombe), la haüyne forme des microlites aux formes nettes fréquemment obscurcis au centre par des fines inclusions noires. La particularité minéralogique est la présence, à côté d'augite ægyrinique ou d'ægyrine, des amphiboles ferrosodiques, ænygmatite, kataforite, arfvedsonite.

Les paramètres magmatiques des phonolites normales, calculés d'après la composition chimique globale, sont : I.6.1.4 ou I.6.2.4, mais très souvent le second paramètre est (5)6 ou 5(6) ou enfin 5. Ceci s'explique soit par la pauvreté en feldspathoïde, soit, le plus souvent, par une transformation du feldspathoïde, sous l'action atmosphérique ou thermale, en silicate d'alumine ou par l'opalisation. L'haüyne, parfaitement visible à l'œil nu mais jaunie, perd sa limpidité au microscope; le déficit de silice diminue et l'on constate même parfois un excès de silice.

L'analyse de la phonolyte de Venzac, publiée par M. A. Lacroix (4), conduit aux paramètres : I'.6.'2.4. M. J. Jung a fait connaître les paramètres de la phonolite claire de Bort : I'.5(6).1.'4. Ce sont des phonolites proprement dites. Mais les analyses des phonolites des Puys du Velay n'ont montré jusqu'ici que des types altérés, dont le second paramètre est 5. Gerbier des Joncs : I.5.(1)2.4; Costabelle (Mézenc) : I'.5.2.(3) (4); Jacassy (Mézenc) : I.'5.2.(3)4.

Avec l'autorisation de M. A. Lacroix, je publie les 6 analyses inédites,

(1) *Comptes rendus*, 164, 1917, p. 372.

(2) *Bull. Carte géol. Fr.*, 28, 1892, p. 155.

(3) *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 1945, p. 60.

(4) M. A. Lacroix a signalé des enclaves de syénites néphéliniques dans plusieurs de ces roches (*Les enclaves des roches volcaniques*. Mâcon, 1893, pp. 417-425).

qu'il avait fait exécuter par F. Raoult, car elles démontrent que les vraies phonolites à haüyne se rencontrent dans cette région volcanique.

1. La Tortue, Velay........................ 1'.'6.1.4
2. Araules................................ 1'.5(6).1(2).4
3. Lardeyrol.............................. 1'.(5)6.1.4
4. Mézenc (maison forestière)................ 1.5(6).'2.4
5. Mégal.................................. 1'.5'.(1)2.4
6. Jacassy, Mézenc......................... 1.5.2.4

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
SiO_2	59,46	60,64	61,82	58,74	59,82	61,34
Al_2O_3	21,01	20,24	19,34	20,95	20,15	19,86
Fe_2O_3	1,41	1,31	0,89	1,78	1,45	2,73
FeO	1,42	1,31	1,31	1,41	1,41	1,51
MnO	0,24	0,28	0,14	0,26	0,20	0,08
MgO	0,31	0,29	tr.	tr.	0,32	0,13
CaO	2,00	2,22	1,52	2,44	2,58	2,16
Na_2O	9,14	7,60	8,87	7,40	7,43	6,39
K^2O	4,43	5,21	5,17	5,09	4,76	4,31
TiO_2	0,06	0,30	0,18	0,99	0,54	0,12
P_2O_5	0	0,09	tr.	tr.	tr.	0,09
H_2O_+	0,56	0,66	0,54	0,44	0,79	1,43
H_2O_-	0,21	0,09	0,06	0,59	0,42	0,18
Cl	tr.	0,04	0,05	0,08	n. d.	0,05
	100,25	100,28	100,30 (¹)	100,17	99,87	100,44 (²)
SiO_2 libre	–	–	–	–	–	2,94
Or	26,13	30,58	30,58	30,02	28,36	25,58
Ab	45,45	47,42	46,89	44,80	47,55	53,97
An	3,34	5,56	–	8,90	7,51	10,01
Ne	17,11	9,23	12,64	9,51	8,31	–
Aegyrine	–	–	2,77	–	–	–
$CaSiO_3$	2,78	1,86	3,13	1,28	2,20	–
$MgSiO_3$	0,80	0,70	–	–	0,80	0,30
$FeSiO_3$	1,58	1,32	2,24	–	0,92	0,53
Ma	2,09	1,86	–	2,32	2,09	3,94
Ilm	0,15	0,61	0,46	1,98	0,91	0,15
Hem	–	–	–	0,16	–	–
Ap	–	0,34	–	–	–	0,34
An %	7	10	–	16	14	15
Σb	7,4	6,7	8,9	5,7	6,9	5,3

(¹) ZrO_2 0,41 y compris; (²) SO_3, 0,06; (³) Na_2SiO_3, 0,37.

ZOOLOGIE. — *Sur le dimorphisme sexuel de quelques Téléostéens des Côtes de France.* Note de M. **Pierre Desbrosses**, présentée par M. Louis Fage.

On a peu d'indications précises sur les variations sexuelles des caractères numériques et métriques des Poissons. Une différence sexuelle du

nombre des vertèbres a été cependant déjà signalée, notamment chez un squale (Punnett 1904), chez l'Anchois du Pacifique (Hubbs 1925) et le Capelan (Hart 1937). Les études que nous avons poursuivies sur le Saint-Pierre, le Merlan, la Cépole et le Callionyme nous permettent d'apporter quelques faits nouveaux relatifs à cette question.

Le mâle du Saint-Pierre, *Zeus faber* L., présente généralement un rayon en moins aux nageoires dorsales (mâle 34, femelle 35) et à la seconde anale (mâle 22, femelle 23), et une moyenne vertébrale plus petite (mâle 31, 79, femelle 32, 07) que la femelle.

A ces caractères numériques s'ajoute un dimorphisme métrique; la femelle grandit plus rapidement et atteint une plus grande taille que le mâle, et tous les Saint-Pierre de grande taille (mesurant 47 à 66^{cm} de longueur totale) sont des femelles. En outre le mâle présente une distance interorbitaire plus grande et une distance préanale plus petite que la femelle. Cet élargissement de l'interorbitaire chez le mâle est un caractère sexuel très répandu parmi les *Heterosomata* : argument nouveau en faveur du rapprochement de ceux-ci et des *Zeidæ* dans le groupe des *Zeorhombi* de Boulanger.

Ainsi que les Saint-Pierre, les Merlans de grande taille (de 54 à 68^{cm} de longueur totale) sont tous des femelles. Aux tailles inférieures, on reconnaît extérieurement le sexe à la position de la première nageoire anale, qui est plus avancée chez le mâle.

Chez les deux autres espèces étudiées, c'est le mâle qui grandit le plus vite et atteint les plus grandes dimensions. *Cepola rubescens* L. parvient à la première maturité génitale à 37^{cm} pour les mâles, à 30^{cm} seulement pour les femelles (taille mesurée jusqu'à l'extrémité du complexe urophore, rayons de la nageoire caudale non compris). Les Cépoles de plus de 53^{cm} sont toutes du sexe mâle. La nageoire caudale est plus allongée, l'œil et la distance préanale sont plus petits chez le mâle; dans les tailles de 37 à 52^{cm} par exemple, le rapport de la caudale à l'œil est de 5,3 pour les mâles et de 3,8 en moyenne pour les femelles.

Chez *Callionymus lyra* L., tous les individus de 25^{cm} et plus de longueur totale sont des mâles; on sait, en outre, que le premier rayon de la dorsale est plus allongé chez ceux-ci, où il peut mesurer 14 à 64 % de la longueur du corps, tandis qu'il n'atteint pas 11 % de la taille dans l'autre sexe.

Deux constatations ayant un certain caractère de généralité se dégagent de nos observations. On sait déjà que, dans les cas de dimorphisme sexuel dans la taille des nageoires, le mâle a les nageoires les plus longues. Or, nous constatons que les rares espèces de téléostéens dont le mâle a la croissance la plus rapide présentent du dimorphisme dans la longueur des nageoires : autrement dit, les mâles à croissance rapide ont une croissance majorante de certains rayons de nageoires ou de membranes interradiaires (genres

Mallotus, *Cepola*, *Gobius*, *Crystallogobius*, *Callionymus*). Mais la réciproque n'est pas vraie : les mâles à longues nageoires n'ont pas tous une croissance accélérée (genre *Cottus* par exemple).

D'autre part, l'indice de variabilité des caractères sexuels est plus élevé chez le sexe qui grandit le plus vite : ainsi les dimensions du corps sont plus variables d'un individu à l'autre chez les femelles de Merlan, Saint-Pierre, Rouget-Barbet que chez les mâles de ces espèces et chez les mâles de Cépole et Callionyme que chez les femelles.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Thigmotactisme et localisation sensorielle du contact dans l'enfouissement du Doryphore adulte* (Leptinotarsa decemlineata *Say*). Note de M. **Pierre Grison**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'enfouissement est le prélude, chez le Doryphore adulte, de l'entrée en diapause. Nous avons déjà signalé (1) qu'il n'en est pas la cause, pas plus d'ailleurs que les différentes réactions tropiques qui le caractérisent (géotropisme positif, phototropisme indifférent).

Depuis longtemps nous avions remarqué que le groupement des individus favorise le fouissement; celui-ci a lieu, pour chacun d'eux, au voisinage ou dans le sillage d'un congénère. Nous voyions là le résultat d'un thigmotactisme, comparable à celui qui détermine les rassemblements d'*Orthezia* observés par Pesson (2). La comparaison est d'autant plus valable que, s'ils sont maintenus captifs, en l'absence de substrat terrestre, les Insectes se réunissent les uns contre les autres, dans un angle de la cage.

En présence d'un tube de verre ou de caoutchouc, de diamètre à peu près égal à la largeur du corps de l'animal, l'Insecte s'introduit à l'intérieur du tube et y progresse comme s'il se trouvait dans le sol. L'effet thigmotactique est ici évident, et l'on remarque que, par suite de la forme du corps, ce sont les pattes et les élytres qui se trouvent en contact intime avec la paroi du tube.

On pouvait croire au rôle prépondérant des tarses dans le fouissement, non seulement comme instruments mécaniques, mais aussi comme récepteurs tactiles, en raison de leur richesse en soies. Or il n'en est rien, puisque des individus amputés des tarses se comportent absolument comme avant l'amputation et comme les individus normaux témoins.

Ces faits peuvent être rapprochés de ceux constatés par Chauvin (3), chez les larves de Cétoines, et ils confirment les conclusions générales de

---

(1) *Comptes rendus*, **218**, 1945, p. 342.
(2) *Bull. Soc. Ent. Fr.*, **50**, 1945, p. 60.
(3) *Ibid.*, **46**, 1941, p. 126.

Paulian (4) : « les fouisseurs, écrit-il, sont remarquables par une tendance à la réduction des tarses ».

Nous avons pensé alors que les élytres, très bien innervés (5), pouvaient jouer le rôle sensoriel nécessaire au déclenchement du réflexe de fouissement et conditionner, par conséquent, la réaction thigmotactique. Nous l'avons démontré par les expériences suivantes :

1° L'ablation des seuls élytres suffit à supprimer l'enfouissement des Doryphore adultes;

2° Une double incision, pratiquée en marche d'escalier (en chicane) à la base des élytres, donne un résultat presque comparable à l'ablation totale des élytres. 13 individus sur 20 ainsi traités ne se sont pas enfouis, tandis que le fouissement était général pour tous les animaux témoins;

3° La section du nerf, pratiquée au microscalpel, à la base de l'articulation des élytres, confirme les résultats précédents;

4° Le sectionnement des ailes seules, qui provoque un traumatisme comparable à celui de l'ablation des élytres, n'empêche pas l'enfouissement; il en est de même lorsqu'on sectionne le nerf alaire au microscalpel. Ceci prouve qu'on ne peut imputer à une blessure, ou lésion quelconque, la disparition du fouissement.

Ces expériences démontrent que l'excitation périphérique, qui, chez le Doryphore adulte, provoque l'enfouissement, est localisée dans les élytres.

Or, la bordure épipleurale des élytres est garnie de poils caractéristiques du genre *Chrysomela*. Ces ornements sont-ils susceptibles de jouer un rôle sensoriel ? Dans une dernière expérience, nous procédons à la suppression des rangées de soies, par sectionnement de l'épipleure, chez dix individus : aucun d'eux n'a foui.

La frange de poils qui orne la bordure postéro-externe des élytres a donc une fonction tactile parfaitement définie, ce qui ajoute à sa valeur systématique un intérêt biologique important.

Nos expériences apportent également une contribution à la conception moderne des tropismes, que nous ne développerons pas ici. Notons seulement les éléments qui interviennent pour provoquer l'enfouissement du Doryphore, à l'entrée de l'hibernation. En premier lieu l'Insecte doit être dans un état physiologique déterminé, qui caractérise la période de l'entrée en diapause; on peut supposer, qu'à ce moment, le milieu intérieur joue un rôle prépondérant et qu'il « sensibilise » le système nerveux central. Ces sensations tactiles, transmises alors par les soies épipleurales des élytres, cessent d'être purement « affectives » ou « pathiques » pour conditionner certaines capacités neuro-musculaires, qui se traduisent par le fouis-

(4) *Les Coléoptères*, p. 185 (Paris, 1943).
(5) R. Jeannel, *Arch. Zool. Exp.*, 64, 1925, p. 1.

sement. Enfin, cette réponse motrice correspond à l'entrée en jeu d'autres réactions : géotropisme, dont le signe s'inverse et phototropisme qui, de positif devient indifférent.

Entre la stimulation thigmotactique et la réaction d'enfouissement, on commence à entrevoir la complexité des fonctions neuro-humorales qui avaient échappé aux anciens auteurs.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. le **Président**, au nom de la Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place vacante, dans la Section des Applications de la Science à l'Industrie par la radiation de M. *Georges Claude*, présente la liste suivante :

En première ligne...............	M. **Pierre Chevenard.**
En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*...........	MM. **René Barthélemy.** **Louis Bréguet.** **Émile Brylinski.** **Raymond Jouaust.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu en la prochaine séance.

La séance est levée à 16h45m.

L. B.